

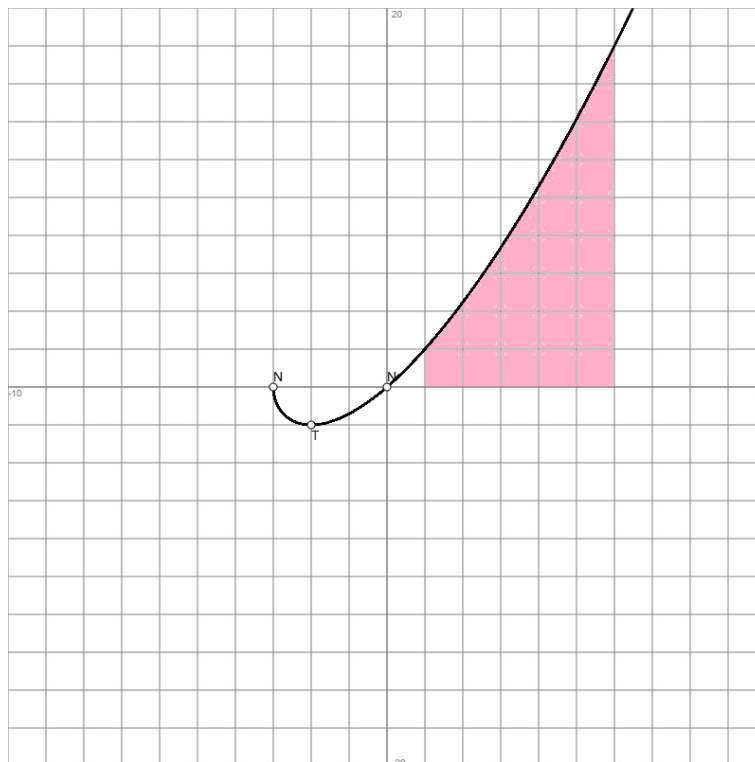
Mathematikaufgaben

> Analysis

> Bestimmtes Integral

Aufgabe: Berechne das bestimmte Integral

$$\int_1^6 x\sqrt{x+3}dx.$$



Lösung: Wir berechnen das bestimmte Integral auch unter Verwendung der Substitutionsregel für das Integrieren:

$$\int_1^6 x\sqrt{x+3}dx \left\{ \begin{array}{l} u=x+3 \Rightarrow \frac{du}{dx}=1 \Rightarrow du=dx \\ x=1 \Rightarrow u=4 \\ x=6 \Rightarrow u=9 \end{array} \right\} = \int_4^9 (u-3)\sqrt{u}du = \int_4^9 (u\sqrt{u} - 3\sqrt{u})du = \int_4^9 \left(u^{\frac{3}{2}} - 3u^{\frac{1}{2}} \right) du =$$

$$\left[\frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}} - 3 \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right]_4^9 = \left[\frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}} - 2u^{\frac{3}{2}} \right]_4^9 = \left(\frac{2}{5} \cdot 9^{\frac{5}{2}} - 2 \cdot 9^{\frac{3}{2}} \right) - \left(\frac{2}{5} \cdot 4^{\frac{5}{2}} - 2 \cdot 4^{\frac{3}{2}} \right) =$$

$$\left(\frac{2}{5} \cdot 243 - 2 \cdot 27 \right) - \left(\frac{2}{5} \cdot 32 - 2 \cdot 8 \right) = \frac{486}{5} - 54 - \frac{64}{5} + 16 = \frac{422}{5} - 38 = \frac{232}{5} = 46,4.$$

Da bei der Substitution auch die Integralgrenzen entsprechend verändert wurden, war keine Rücksubstitution notwendig. Es gilt damit:

$$\int_1^6 x\sqrt{x+3}dx = \frac{232}{5} = 46,4.$$