

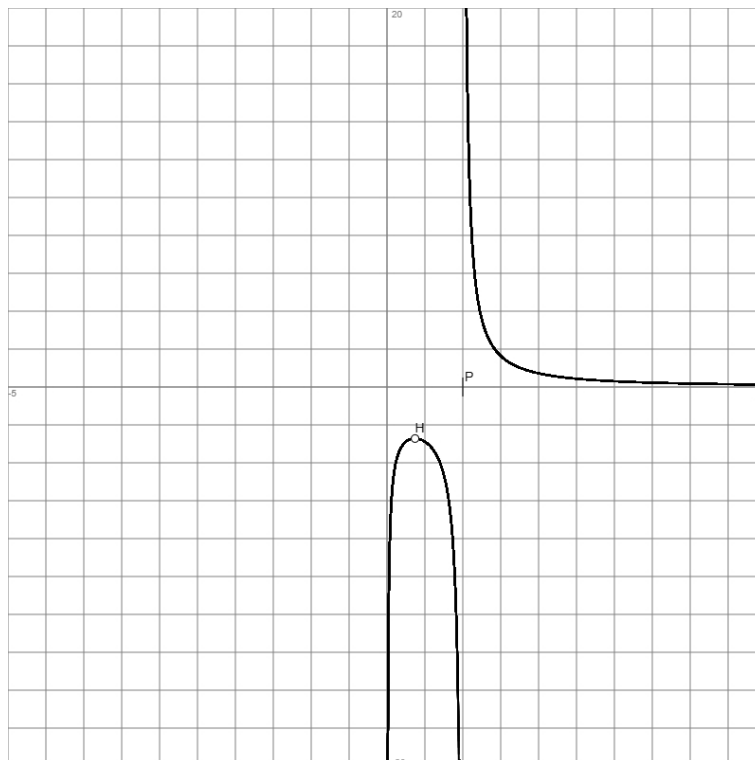
Mathematikaufgaben

> Analysis

> Unbestimmtes Integral

Aufgabe: Berechne das unbestimmte Integral

$$\int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx.$$



Lösung: I. Für das Integrieren ist die Substitutionsregel gültig:

$$\int f(x) dx = \int f(g(u)) \cdot g'(u) du$$

mit: $x = g(u)$, $du = g'(u) du$ bzw.:

$$\int f(g(x)) g'(x) dx = \int f(u) du$$

mit: $u = g(x)$, $du = g'(x) dx$.

II. Die Berechnung des unbestimmten Integrals erfolgt über die Substitutionsregel als:

$$\int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx = \int \frac{1}{\ln x} \cdot \frac{1}{x} dx \stackrel{\left\{ u = \ln x \Rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \right\}}{=} \int \frac{1}{u} du = \ln|u| + C \stackrel{\{u = \ln x\}}{=} \ln|\ln x| + C.$$

Damit ist:

$$\int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx = \ln|\ln x| + C.$$