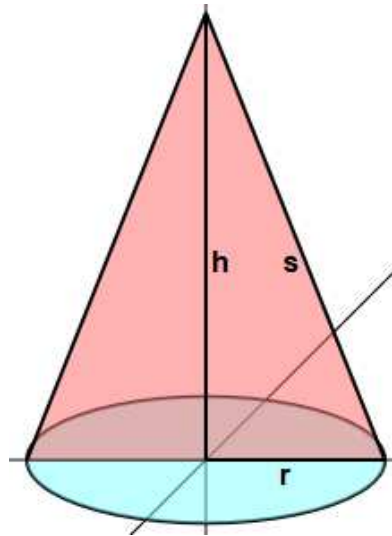


Mathematikaufgaben

> Geometrie

> Kegel

Aufgabe: Bestimme mit vorgegebenem Radius $r = 4$ cm und vorgegebener Höhe $h = 9$ cm den Durchmesser d , den Umfang u , die Mantellinie s , die Grundfläche G , die Mantelfläche M , die Oberfläche O und das Volumen V des Kegels.



Lösung: I. Ein (gerader) Kegel mit einem Kreis als Grundfläche ist durch den Radius r des Kreises mit Durchmesser d und Kreisumfang u sowie durch die Kegelhöhe h bestimmt, weiter durch die Mantellinie s , durch die Grundfläche G , die Oberfläche O , die Mantelfläche M und das Volumen V . Es gilt:

Kegel

Grundfläche, Radius	$G = \pi r^2$	$r = \sqrt{\frac{G}{\pi}}$	
Durchmesser	$d = 2r$	$r = \frac{d}{2}$	
Kreisumfang	$U = 2\pi r$	$U = \pi d$	$r = \frac{U}{2\pi}$
Mantellinie, Höhe	$s^2 = r^2 + h^2$	$r^2 = s^2 - h^2$	$h^2 = s^2 - r^2$
Mantelfläche	$M = \pi r s$	$r = \frac{M}{\pi s}$	$s = \frac{M}{\pi r}$
	$O = G + M = \pi r^2 + \pi r s = \pi r(r + s)$		
Oberfläche	$G = O - M$	$M = O - G$	
		$r = -\frac{s}{2} + \sqrt{\frac{s^2}{4} + \frac{O}{\pi}}$	$s = \frac{O}{\pi r} - r$
Volumen	$V = \frac{1}{3} G \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	$r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$	$h = \frac{3V}{\pi r^2}$

II. Wir bestimmen zunächst die Kegelgrößen, die unmittelbar vom Kegelradius $r = 4$ cm abhängen. Für den Kegeldurchmesser d gilt:

$$d = 2r = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm,}$$

für den Umfang als Umfang u des Kreises als Grundfläche des Kegels:

$$u = 2\pi r = 2\pi \cdot 4 = 8\pi = 25,13 \text{ cm.}$$

Die Kegelgrundfläche G errechnet sich mit der Flächenformel für den Kreis:

$$G = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi = 50,27 \text{ cm}^2.$$

III. Grundfläche $G = 50,27 \text{ cm}^2$ und Kegelhöhe $h = 9$ cm ergeben das Kegelvolumen V :

$$V = \frac{1}{3}Gh = \frac{1}{3} \cdot 50,27 \cdot 9 = 150,8 \text{ cm}^3.$$

IV. Wir berechnen nun aus Radius $r = 4$ cm und Höhe $h = 9$ cm die für die Kegelmantel- und -oberfläche wichtige Mantellinie s gemäß dem Satz des Pythagoras:

$$s^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow s^2 = 4^2 + 9^2 = 97 \Rightarrow s = \sqrt{97} = 9,85 \text{ cm.}$$

V. Für die Kegelmantelfläche M folgt:

$$M = \pi r s = \pi \cdot 4 \cdot 9,85 = 123,76 \text{ cm}^2.$$

VI. Die Kegeloberfläche O ist wegen Grundfläche $G = 50,27 \text{ cm}^2$ und Mantelfläche $M = 123,76 \text{ cm}^2$ schließlich:

$$O = G + M = 50,27 + 123,76 = 174,03 \text{ cm}^2.$$

Damit ist alles beim Kegel bestimmt.