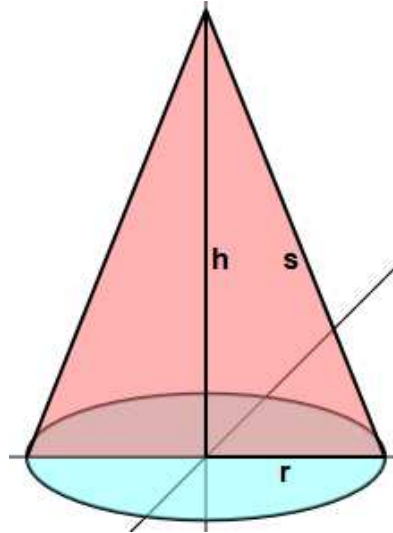


# Mathematikaufgaben

## > Geometrie

### > Kegel

**Aufgabe:** Bestimme mit vorgegebenem Radius  $r = 5 \text{ cm}$  und vorgegebenem Mantelflächeninhalt  $M = 204,2 \text{ cm}^2$  den Durchmesser  $d$ , den Umfang  $u$ , die Mantellinie  $s$ , die Höhe  $h$ , die Grundfläche  $G$ , die Oberfläche  $O$  und das Volumen  $V$  des Kegels.



**Lösung:** I. Ein (gerader) Kegel mit einem Kreis als Grundfläche ist durch den Radius  $r$  des Kreises mit Durchmesser  $d$  und Kreisumfang  $u$  sowie durch die Kegelhöhe  $h$  bestimmt, weiter durch die Mantellinie  $s$ , durch die Grundfläche  $G$ , die Oberfläche  $O$ , die Mantelfläche  $M$  und das Volumen  $V$ . Es gilt:

**Kegel**

Grundfläche, Radius	$G = \pi r^2$	$r = \sqrt{\frac{G}{\pi}}$	
Durchmesser	$d = 2r$	$r = \frac{d}{2}$	
Kreisumfang	$U = 2\pi r$	$U = \pi d$	$r = \frac{U}{2\pi}$
Mantellinie, Höhe	$s^2 = r^2 + h^2$	$r^2 = s^2 - h^2$	$h^2 = s^2 - r^2$
Mantelfläche	$M = \pi r s$	$r = \frac{M}{\pi s}$	$s = \frac{M}{\pi r}$
$O = G + M = \pi r^2 + \pi r s = \pi r(r + s)$			
Oberfläche	$G = O - M$	$M = O - G$	
		$r = -\frac{s}{2} + \sqrt{\frac{s^2}{4} + \frac{O}{\pi}}$	$s = \frac{O}{\pi r} - r$
Volumen	$V = \frac{1}{3} G \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	$r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$	$h = \frac{3V}{\pi r^2}$

II. Wir bestimmen zunächst die Kegelgrößen, die unmittelbar vom Kegelradius  $r = 5$  cm abhängen. Für den Kegeldurchmesser  $d$  gilt:

$$d = 2r = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm,}$$

für den Umfang als Umfang  $u$  des Kreises als Grundfläche des Kegels:

$$u = 2\pi r = 2\pi \cdot 5 = 10\pi = 31,42 \text{ cm.}$$

Die Kegelgrundfläche  $G$  errechnet sich mit der Flächenformel für den Kreis:

$$G = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi = 78,54 \text{ cm}^2.$$

III. Die Summe von Grundflächeninhalt  $G = 78,54 \text{ cm}^2$  und Mantelflächeninhalt  $M = 204,2 \text{ cm}^2$  ist der Inhalt der Kegeloberfläche  $O$ , also:

$$O = G + M = 78,54 + 204,2 = 282,74 \text{ cm}^2.$$

IV. Wir berechnen nun aus Radius  $r = 5$  cm und Mantelfläche  $M = 204,2 \text{ cm}^2$  die Mantellinie  $s$  gemäß der Mantelflächenformel:

$$M = \pi r s \Rightarrow s = \frac{M}{\pi r} = \frac{204,2}{\pi \cdot 5} = 13 \text{ cm.}$$

V. Aus Radius  $r = 5$  cm und Mantellinie  $s = 13$  cm folgt gemäß dem Satz des Pythagoras:

$$s^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = s^2 - r^2 = 13^2 - 5^2 = 144 \Rightarrow h = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

als Kegelhöhe  $h$ .

VI. Grundfläche  $G = 78,54 \text{ cm}^2$  und Kegelhöhe  $h = 12$  cm ergeben das Kegelvolumen  $V$ :

$$V = \frac{1}{3} G h = \frac{1}{3} \cdot 78,54 \cdot 12 = 314,16 \text{ cm}^3.$$

Damit ist alles beim Kegel bestimmt.