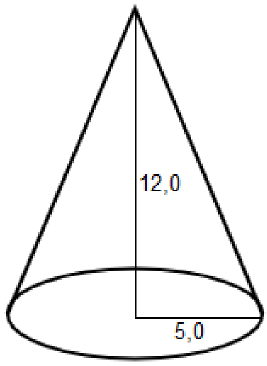
**Michael Buhlmann**

# Mathematikaufgaben
## > Geometrie
## > Kegel

---

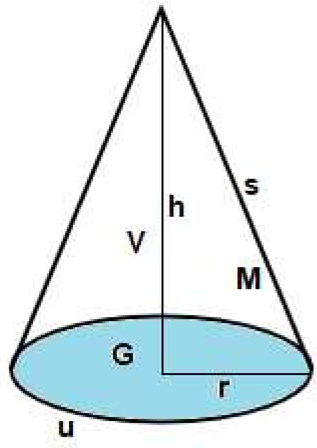
**Aufgabe**: Bestimme mit vorgegebenem Radius r = 5 cm und vorgegebener Höhe h = 12 cm den Oberflächeninhalt O und das Volumen V eines Kegels.




**Lösung**: I. Ein (gerader) Kegel mit einem Kreis als Grundfläche ist durch den Radius r des Kreises mit Durchmesser d und Kreisumfang u sowie durch die Kegelhöhe h bestimmt, weiter durch die Mantellinie s, durch die Grundfläche G, die Oberfläche O, die Mantelfläche M und das Volumen V. Es gilt:

**Kegel**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Grundfläche, Radius | $G = \pi r^2$ | $r = \sqrt{\frac{G}{\pi}}$ | |
| Durchmesser | $d = 2r$ | $r = \frac{d}{2}$ | |
| Kreisumfang | $u = 2\pi r$ | $u = \pi d$ | $r = \frac{u}{2\pi}$ |
| Mantellinie, Höhe | $s^2 = r^2 + h^2$ | $r^2 = s^2 - h^2$ | $h^2 = s^2 - r^2$ |
| Mantelfläche | $M = \pi rs$ | $r = \frac{M}{\pi s}$ | $s = \frac{M}{\pi r}$ |
| Oberfläche | $O = G + M = \pi r^2 + \pi rs = \pi r(r+s)$ | | |
| | $G = O - M$ | $M = O - G$ | |
| | | $r = -\frac{s}{2} + \sqrt{\frac{s^2}{4} + \frac{O}{\pi}}$ | $s = \frac{O}{\pi r} - r$ |
| Volumen | $V = \frac{1}{3} G \cdot h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ | $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$ | $h = \frac{3V}{\pi r^2}$ |




II. Wir bestimmen zunächst die Kegelgröße des Grundflächeninhalts, der unmittelbar vom Kegelradius r = 5 cm abhängt. Die Kegelgrundfläche G errechnet sich mit der Flächenformel für den Kreis:

$G = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi = 78{,}54$ cm$^2$.

III. Aus der Grundfläche G = 78,54 cm$^2$ und der Kegelhöhe h = 12 cm ergibt sich das Kegelvolumen V:

$V = \frac{1}{3} Gh = \frac{1}{3} \cdot 78{,}54 \cdot 12 = 314{,}16$ cm$^3$.

IV. Wir berechnen nun aus dem Radius r = 5 cm und der Höhe h = 12 cm die für die Kegelmantelfläche wichtige Mantellinie s gemäß dem Satz des Pythagoras:

$s^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow s^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \Rightarrow s = \sqrt{169} = 13$ cm.

V. Für die Kegelmantelfläche M folgt:

$M = \pi rs = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 65\pi = 204{,}2$ cm$^2$.

VI. Die Kegeloberfläche O ist wegen der Grundfläche G = 78,54 cm$^2$ und der Mantelfläche M = 204,2 cm$^2$ schließlich:

$O = G + M = 78{,}54 + 204{,}2 = 282{,}74$ cm$^2$.

VII. Damit ist alles beim Kegel bestimmt. Bezogen auf die Aufgabenstellung besitzt der Kegel einen Rauminhalt V = 314,16 cm$^3$, einen Oberflächeninhalt O = 282,74 cm$^2$.

www.michael-buhlmann.de / 09.2023 / Aufgabe 1887