Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Operations Research
> Lineare Optimierung

Aufgabe: Gegeben ist das folgende lineare Optimierungsproblem:

Nichtnegativität: $x_1, \quad x_2, \quad x_3 \geq 0$

1. Restriktion: $+ 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 400$

2. Restriktion: $+ 2x_1 + 3x_2 + 1x_3 \leq 800$

3. Restriktion: $+ 1x_1 + 1x_2 \leq 260$

Zielfunktion: $+ 2x_1 + 1x_2 + 1x_3 = z$ -> Maximum

Lösung: I. Vorüberlegungen: Ein Problem der linearen Optimierung hinsichtlich reeller Variablen x_1, x_2 … besteht aus einem System von linearen Ungleichungen mit den Unbekannten x_1, x_2 … (Nebenbedingungen, Restriktionen) und einer zu minimierenden oder zu maximierenden linearen Zielfunktion $z = z(x_1,x_2,…)$. Die Bedingungen spannen dann ein mehrdimensionales Vieleck (Simplex), den zulässigen Bereich mit seinen Eckpunkten, auf. Das Verfahren, das Probleme der linearen Optimierung löst, ist – siehe II. – das Simplexverfahren.

II. Wir verwenden das <u>Simplexverfahren</u> wie folgt:

(Dreidimensionales) <u>lineares Optimierungsproblem</u>: 3 Variablen, 3 Restriktion(en), Nichtnegativitätsbedingungen, Zielfunktion

Nichtnegativität: $x_1, \quad x_2, \quad x_3 \geq 0$

1. Restriktion: $+ 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 400$

2. Restriktion: $+ 2x_1 + 3x_2 + 1x_3 \leq 800$

3. Restriktion: $+ 1x_1 + 1x_2 \leq 260$

Zielfunktion: $+ 2x_1 + 1x_2 + 1x_3 = z$ -> Maximum

<u>Einführung von Schlupfvariablen</u>: 3 Schlupfvariable(n)

Nichtnegativität: $x_1, \quad x_2, \quad x_3 \geq 0$

$u_1, \quad u_2, \quad u_3 \geq 0$

1. Restriktion: $+ 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1u_1 = 400$

2. Restriktion: $+ 2x_1 + 3x_2 + 1x_3 + 1u_2 = 800$

3. Restriktion: $+ 1x_1 + 1x_2 + 1u_3 = 260$

Zielfunktion: $+ 2x_1 + 1x_2 + 1x_3 = z$ -> Maximum

<u>Anfangstableau</u>: * = Basisvariable

	x_1	x_2	x_3	$*u_1$	$*u_2$	$*u_3$	b	z
1. Restriktion:	1	1	1	1	0	0	400	0
2. Restriktion:	2	3	1	0	1	0	800	0
3. Restriktion:	1	1	0	0	0	1	260	0
Zielfunktion:	2	1	1	0	0	0	0	1

Ecke: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $u_1 = 400$, $u_2 = 800$, $u_3 = 260$, $z = 0$

<u>1. Schritt</u>: Pivotzeile = 3, Pivotspalte = 1: 1*(*1*) - 1*(*3*) / 1*(*2*) - 2*(*3*) / 1*(*Z*) - 2*(*3*) /

	$*x_1$	x_2	x_3	$*u_1$	$*u_2$	u_3	b	z
1. Restriktion:	0	0	1	1	0	-1	140	0
2. Restriktion:	0	1	1	0	1	-2	280	0
3. Restriktion:	1	1	0	0	0	1	260	0
Zielfunktion:	0	-1	1	0	0	-2	-520	1

Ecke: x_1 = 260, x_2 = 0, x_3 = 0, u_1 = 140, u_2 = 280, u_3 = 0, z = 520

<u>2. Schritt</u>: Pivotzeile = 1, Pivotspalte = 3: 1*(*2*) - 1*(*1*) / 1*(*Z*) - 1*(*1*) /

	$*x_1$	x_2	$*x_3$	u_1	$*u_2$	u_3	b	z
1. Restriktion:	0	0	1	1	0	-1	140	0
2. Restriktion:	0	1	0	-1	1	-1	140	0
3. Restriktion:	1	1	0	0	0	1	260	0
Zielfunktion:	0	-1	0	-1	0	-1	-660	1

Ecke: x_1 = 260, x_2 = 0, x_3 = 140, u_1 = 0, u_2 = 140, u_3 = 0, z = 660

<u>Optimale Ecke</u>: x_1 = 260, x_2 = 0, x_3 = 140, u_1 = 0, u_2 = 140, u_3 = 0, z = 660

www.michael-buhlmann.de / 08.2015 / Aufgabe 139