

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Natürliche Zahlen

Aufgabe: Multipliziere die (natürlichen) Zahlen:

$$403 \cdot 87.$$

Lösung: I. Jede natürliche Zahl kann als Summe von Zehnerpotenzen mit den Ziffern als Koeffizienten dargestellt oder zerlegt werden. Besteht die natürliche Zahl z aus der Ziffernfolge $\dots z_9 z_8 z_7 z_6 z_5 z_4 z_3 z_2 z_1 z_0$, so stellt die Ziffer z_0 die Einer, die Ziffer z_1 die Zehner, die Ziffer z_2 die Hunderter usw. dar, die Zahl z selbst genügt also der Form: $z = \dots + z_9 \cdot 10^9 + z_8 \cdot 10^8 + z_7 \cdot 10^7 + z_6 \cdot 10^6 + z_5 \cdot 10^5 + z_4 \cdot 10^4 + z_3 \cdot 10^3 + z_2 \cdot 10^2 + z_1 \cdot 10^1 + z_0 \cdot 10^0$. Bei einem Produkt aus zwei natürlichen Zahlen n_1, n_2 folgt aus dieser Zerlegung der Zahlen die nachstehende Multiplikationstabelle:

\cdot	...	$n_{22} \cdot 10^2$	$n_{21} \cdot 10^1$	$n_{20} \cdot 10^0$	-> n_2
...	
$n_{12} \cdot 10^2$...	$n_{12}n_{22} \cdot 10^4$	$n_{12}n_{21} \cdot 10^3$	$n_{12}n_{20} \cdot 10^2$	
$n_{11} \cdot 10^1$...	$n_{11}n_{22} \cdot 10^3$	$n_{11}n_{21} \cdot 10^2$	$n_{11}n_{20} \cdot 10^1$	
$n_{10} \cdot 10^0$...	$n_{10}n_{22} \cdot 10^2$	$n_{10}n_{21} \cdot 10^1$	$n_{10}n_{20} \cdot 10^0$	
-> n_1				Ergebnis ->	$n_{10}n_{20} \cdot 10^0 + (n_{10}n_{21} + n_{11}n_{20}) \cdot 10^1 + \dots = n_1 \cdot n_2$

Das Produkt der beiden Zahlen ergibt sich also als Summe von auf der Grundlage der Zehnerpotenzen errechneten Einzelprodukten (kleines Einmaleins, Anzahl der Nullen im Einzelprodukt).

II. Nach dem eben Gesagten ergibt sich folgende Multiplikation unter Berücksichtigung der Darstellung von natürlichen Zahlen als Summe von Zehnerpotenzen:

Multiplikation natürlicher Zahlen:

$$403 = 400 + 0 + 3$$

$$87 = 80 + 7 \rightarrow$$

\cdot	80	7	-> 87
400	32000	2800	
0	0	0	
3	240	21	
-> 403			35061