

# Mathematikaufgaben

## > Algebra

### > Natürliche Zahlen

**Aufgabe:** Multipliziere die (natürlichen) Zahlen:

$$403 \cdot 87.$$

**Lösung:** I. Jede natürliche Zahl kann als Summe von Zehnerpotenzen mit den Ziffern als Koeffizienten dargestellt oder zerlegt werden. Besteht die natürliche Zahl  $z$  aus der Ziffernfolge  $\dots z_9 z_8 z_7 z_6 z_5 z_4 z_3 z_2 z_1 z_0$ , so stellt die Ziffer  $z_0$  die Einer, die Ziffer  $z_1$  die Zehner, die Ziffer  $z_2$  die Hunderter usw. dar, die Zahl  $z$  selbst genügt also der Form:  $z = \dots + z_9 \cdot 10^9 + z_8 \cdot 10^8 + z_7 \cdot 10^7 + z_6 \cdot 10^6 + z_5 \cdot 10^5 + z_4 \cdot 10^4 + z_3 \cdot 10^3 + z_2 \cdot 10^2 + z_1 \cdot 10^1 + z_0 \cdot 10^0$ . Bei einem Produkt aus zwei natürlichen Zahlen  $n_1, n_2$  folgt aus dieser Zerlegung der Zahlen die nachstehende Multiplikationstabelle:

.	...	$n_{22} \cdot 10^2$	$n_{21} \cdot 10^1$	$n_{20} \cdot 10^0$	-> $n_2$
...	...	...	...	...	
$n_{12} \cdot 10^2$	...	$n_{12}n_{22} \cdot 10^4$	$n_{12}n_{21} \cdot 10^3$	$n_{12}n_{20} \cdot 10^2$	
$n_{11} \cdot 10^1$	...	$n_{11}n_{22} \cdot 10^3$	$n_{11}n_{21} \cdot 10^2$	$n_{11}n_{20} \cdot 10^1$	
$n_{10} \cdot 10^0$	...	$n_{10}n_{22} \cdot 10^2$	$n_{10}n_{21} \cdot 10^1$	$n_{10}n_{20} \cdot 10^0$	
-> $n_1$				Ergebnis ->	$n_{10}n_{20} \cdot 10^0 + (n_{10}n_{21} + n_{11}n_{20}) \cdot 10^1 + \dots = n_1 \cdot n_2$

Das Produkt der beiden Zahlen ergibt sich also als Summe von auf der Grundlage der Zehnerpotenzen errechneten Einzelprodukten (kleines Einmaleins, Anzahl der Nullen im Einzelprodukt).

II. Nach dem eben Gesagten ergibt sich folgende Multiplikation unter Berücksichtigung der Darstellung von natürlichen Zahlen als Summe von Zehnerpotenzen:

Multiplikation natürlicher Zahlen:

$$403 = 400 + 0 + 3$$

$$87 = 80 + 7 \rightarrow$$

.	80	7	-> <b>87</b>
400	32000	2800	
0	0	0	
3	240	21	
-> <b>403</b>			<b>35061</b>