

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Natürliche Zahlen

Aufgabe: Multipliziere die (natürlichen) Zahlen:

$$94113 \cdot 512857.$$

Lösung: I. Jede natürliche Zahl kann als Summe von Zehnerpotenzen mit den Ziffern als Koeffizienten dargestellt oder zerlegt werden. Besteht die natürliche Zahl z aus der Ziffernfolge $\dots z_9 z_8 z_7 z_6 z_5 z_4 z_3 z_2 z_1 z_0$, so stellt die Ziffer z_0 die Einer, die Ziffer z_1 die Zehner, die Ziffer z_2 die Hunderter usw. dar, die Zahl z selbst genügt also der Form: $z = \dots + z_9 \cdot 10^9 + z_8 \cdot 10^8 + z_7 \cdot 10^7 + z_6 \cdot 10^6 + z_5 \cdot 10^5 + z_4 \cdot 10^4 + z_3 \cdot 10^3 + z_2 \cdot 10^2 + z_1 \cdot 10^1 + z_0 \cdot 10^0$. Bei einem Produkt aus zwei natürlichen Zahlen n_1, n_2 folgt aus dieser Zerlegung der Zahlen die nachstehende Multiplikationstabelle:

.	...	$n_{22} \cdot 10^2$	$n_{21} \cdot 10^1$	$n_{20} \cdot 10^0$	-> n_2
...	
$n_{12} \cdot 10^2$...	$n_{12}n_{22} \cdot 10^4$	$n_{12}n_{21} \cdot 10^3$	$n_{12}n_{20} \cdot 10^2$	
$n_{11} \cdot 10^1$...	$n_{11}n_{22} \cdot 10^3$	$n_{11}n_{21} \cdot 10^2$	$n_{11}n_{20} \cdot 10^1$	
$n_{10} \cdot 10^0$...	$n_{10}n_{22} \cdot 10^2$	$n_{10}n_{21} \cdot 10^1$	$n_{10}n_{20} \cdot 10^0$	
-> n_1				Ergebnis ->	$n_{10}n_{20} \cdot 10^0 + (n_{10}n_{21} + n_{11}n_{20}) \cdot 10^1 + \dots = n_1 \cdot n_2$

Das Produkt der beiden Zahlen ergibt sich also als Summe von auf der Grundlage der Zehnerpotenzen errechneten Einzelprodukten (kleines Einmaleins, Anzahl der Nullen im Einzelprodukt).

II. Nach dem eben Gesagten ergibt sich folgende Multiplikation unter Berücksichtigung der Darstellung von natürlichen Zahlen als Summe von Zehnerpotenzen:

Multiplikation natürlicher Zahlen:

$$94113 = 90000 + 4000 + 100 + 10 + 3$$

$$512857 = 500000 + 10000 + 2000 + 800 + 50 + 7 \rightarrow$$

.	500000	10000	2000	800	50	7	-> 512857
90000	45000000000	900000000	180000000	72000000	4500000	630000	
4000	2000000000	40000000	8000000	3200000	200000	28000	
100	50000000	1000000	200000	80000	5000	700	
10	5000000	100000	20000	8000	500	70	
3	1500000	30000	6000	2400	150	21	
-> 94113							48266510841