Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Normalen

Aufgabe: Berechne die Gleichung der Normale an die Funktion f(x) an der Stelle x_0:

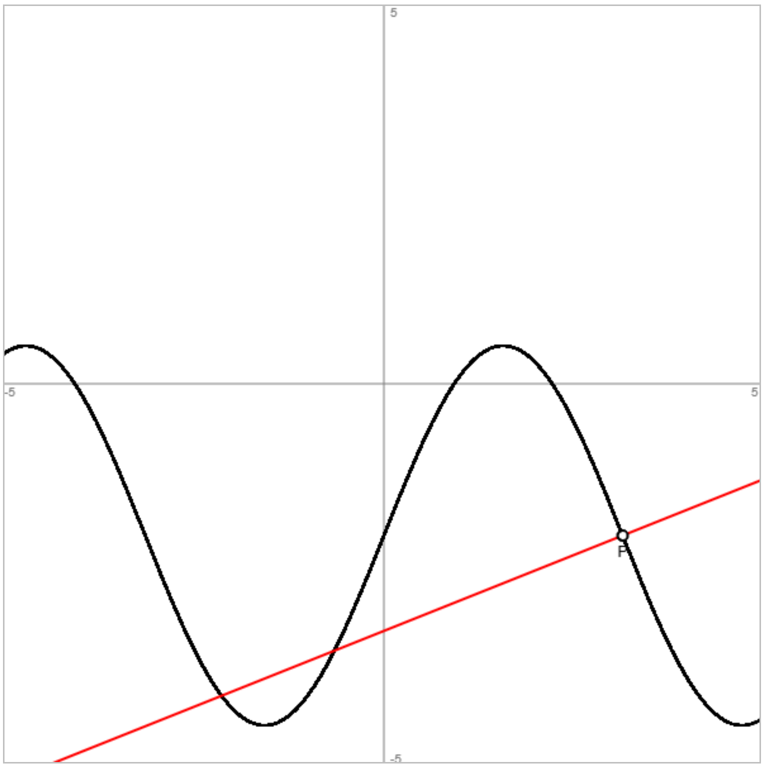
$$f(x) = \frac{5}{2}\sin(x) - 2,\ x_0 = \pi.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für die gesuchte Normale an der Stelle x_0 bzw. im Punkt $P(x_0|f(x_0))$ die Geradengleichung y = mx + c; m ist dann die Normalensteigung $m = -1/f'(x_0)$, c der y-Achsenabschnitt der Tangente u.a. mit $c = f(x_0) – f'(x_0)\cdot x_0$.

II. Aus $f(x) = \frac{5}{2}\sin(x) - 2$ erhalten wir mit Summen-, Faktorregel und der Regel für die Sinusfunktion die Ableitung $f'(x) = \frac{5}{2}\cos(x)$. Wir benötigen: $f(\pi) = \frac{5}{2}\sin(\pi) - 2$ = -2 und: $f'(2) = \frac{5}{2}\cos(\pi)$ = -2,5 wegen der vorgegebenen Stelle $x_0 = \pi$ und die Geradengleichung der Normale n: y = mx + c. Es gilt weiter: $m = -1/f'(\pi) = -1/(-2,5) = 0,4$, so dass n: y = 0,4x + c gilt. Wegen $f(\pi) = -2$ wird die Normale im auf dem Graphen von f(x) befindlichen Punkt $P(\pi|-2)$ errechnet. Punktprobe mit $x=\pi$ und $y=-2$ ergibt mit dem Einsetzen in die Geradengleichung den Wert für den y-Achsenabschnitt c:

$-2 = 0,4\cdot\pi + c \Leftrightarrow c = -2 – 0,4\pi \approx -3,2566$.

Die gesuchte <u>Normalengleichung</u> lautet also: n: y = 0,4x – 3,2566.



www.michael-buhlmann.de / 10.2023 / Aufgabe 1908