

Mathematikaufgaben

> Operations Research

> Auftragsbearbeitung

Aufgabe: In einem Unternehmen liegen die vier Produktionsaufträge A, B, C, D zur Bearbeitung auf den Maschinen I und II vor. Nur ein Auftrag, der Maschine I verlassen hat, kann von Maschine II weiter bearbeitet werden. Hinsichtlich der Bearbeitungszeiten gilt:

Bearbeitungszeiten	Auftrag A	Auftrag B	Auftrag C	Auftrag D
Maschine I	3h	4h	2h	2,5h
Maschine II	1h	2h	4h	3h

(h: Stunden).

In welcher Reihenfolge sollte – heuristisch gesehen – die Auftragsbearbeitung auf den beiden Maschinen erfolgen?

Lösung: I. Das oben genannte Problem der Auftragsbearbeitung erinnert an das Traveling-Salesman-Problem, wonach ein Handlungsreisender eine Rundreise über n Orte durchführt. Eine heuristische Lösung des Traveling-Salesman-Problems bietet sich dadurch an, dass von einem Ort der Rundreise immer der Ort, der diesem am nächsten liegt, bereist wird (Nearest-Neighbor-Heuristik). Eine optimale Reiseplanung erfordert hingegen die Auswertung von n! Reiseplänen.

II. Wir übernehmen das heuristische Verfahren des Traveling-Salesman-Problems für die Abfolge der obigen Auftragsbearbeitung und arbeiten auf Maschine I und Maschine II immer den verfügbaren zeitlich kürzesten Auftrag ab. Für Maschine I gilt dann die Reihenfolge: C – D – A – B mit einer Gesamtlaufzeit von $2+2,5+3+4 = 11,5h$. Also:

Zeit	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13
I		C			D					A						B											

(Gantt-Diagramm). Dieselbe Vorgehensweise wenden wir für Maschine II an, wobei immer auf die Abarbeitung des Auftrags auf Maschine I gewartet werden muss. Hierbei ergeben sich somit keine Alternativen, dafür aber eine Fehlzeit von 1,5h auf Maschine II zwischen Auftrag A und B, da erst einmal auf die Beendigung des Auftrags B auf Maschine I gewartet werden muss:

Zeit	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13
I		C			D					A						B											
II					C					D						A								B			

Damit liegt unter Berücksichtigung einer heuristischen Vorgehensweise eine Lösung zur Auftragsbearbeitung auf den zwei Maschinen vor. Die Folge der Aufträge C – D – A – B benötigt auf den Maschinen I und II mithin insgesamt 13,5h.

III. Hinsichtlich einer optimalen Lösung des Problems der Auftragsbearbeitung wäre hier die Erstellung von insgesamt $4! = 24$ Diagrammen möglich mit den Auftragsabfolgen A – B – C – D bis D – C – B – A auf Maschine I und den dann möglichen Weiterverarbeitungen auf Maschine II. Diese Art der Auswertung soll hier nicht geleistet werden.