Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Parabeln

Aufgabe: Bestimme den Scheitelpunkt der folgenden quadratischen Funktionen (Parabeln):

a) $f(x) = -\frac{1}{2}(x+4)^2 + 3$ b) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 5$ c) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

d) $f(x) = -x^2 + 6x - 7$ e) $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)(x+6)$ f) $f(x) = -2(x+1)(x+4)$

Lösung: I. Allgemein gilt: Der Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ ist das (relative, lokale) Minimum oder Maximum einer quadratischen Parabel. Er errechnet sich gemäß:

Scheitelform: $f(x) = a(x-x_S)^2 + y_S$ -> Scheitel $S(x_S|y_S)$

Normalform: $f(x) = ax^2+bx+c$ -> Scheitel $S(x_S|y_S)$ mit $x_S = -\frac{b}{2a}$, $y_S = f(-\frac{b}{2a})$

Produktform: $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ -> Scheitel $S(x_S|y_S)$ mit $x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_S = f(\frac{x_1 + x_2}{2})$.

II. Je nach Aussehen der Parabelgleichung f(x) (Scheitelform, Normalform, Produktform) ist als Scheitelpunkt zu bestimmen:

a) Scheitelform: $f(x) = -\frac{1}{2}(x+4)^2 + 3$ -> Scheitel S(-4|3).

b) Scheitelform: $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 5 = \frac{1}{4}(x-0)^2 - 5$ -> Scheitel S(0|-5).

c) Normalform: $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$ -> a = 2, b = 3 -> $x_S = -\frac{3}{2 \cdot 2} = -0{,}75$ -> y_S = f(-0,75) = $2\cdot(-0{,}75)^2 + 3\cdot(-0{,}75) + 1 = -0{,}125$ -> Scheitel S(-0,75|-0,125)

d) Normalform: $f(x) = -x^2 + 6x - 7$ -> a = -1, b = 6 -> $x_S = -\frac{6}{2 \cdot (-1)} = 3$ -> y_S = f(3) = $-3^2 + 6\cdot 3 - 7 = 2$ -> Scheitel S(3|2)

e) Produktform: $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)(x+6)$ -> Nullstellen $x_1 = -6$, $x_2 = 3$ -> $x_S = \frac{-6+3}{2} = \frac{-3}{2} = -1{,}5$,

y_S = f(-1,5) = $f(x) = \frac{1}{3}(-1{,}5-3)(-1{,}5+6) = \frac{1}{3} \cdot (-4{,}5) \cdot 4{,}5 = -6{,}75$ -> Scheitel S(-1,5|-6,75)

f) Produktform: $f(x) = -2(x+1)(x+4)$ -> Nullstellen $x_1 = -4$, $x_2 = -1$ -> $x_S = \frac{-4-1}{2} = \frac{-5}{2} = -2{,}5$,

y_S = f(-2,5) = $-2(-2{,}5+1)(-2{,}5+4) = -2 \cdot (-1{,}5) \cdot 1{,}5 = 1{,}125$ -> Scheitel S(-2,5|1,125).

www.michael-buhlmann.de / 02.2023 / Aufgabe 1807