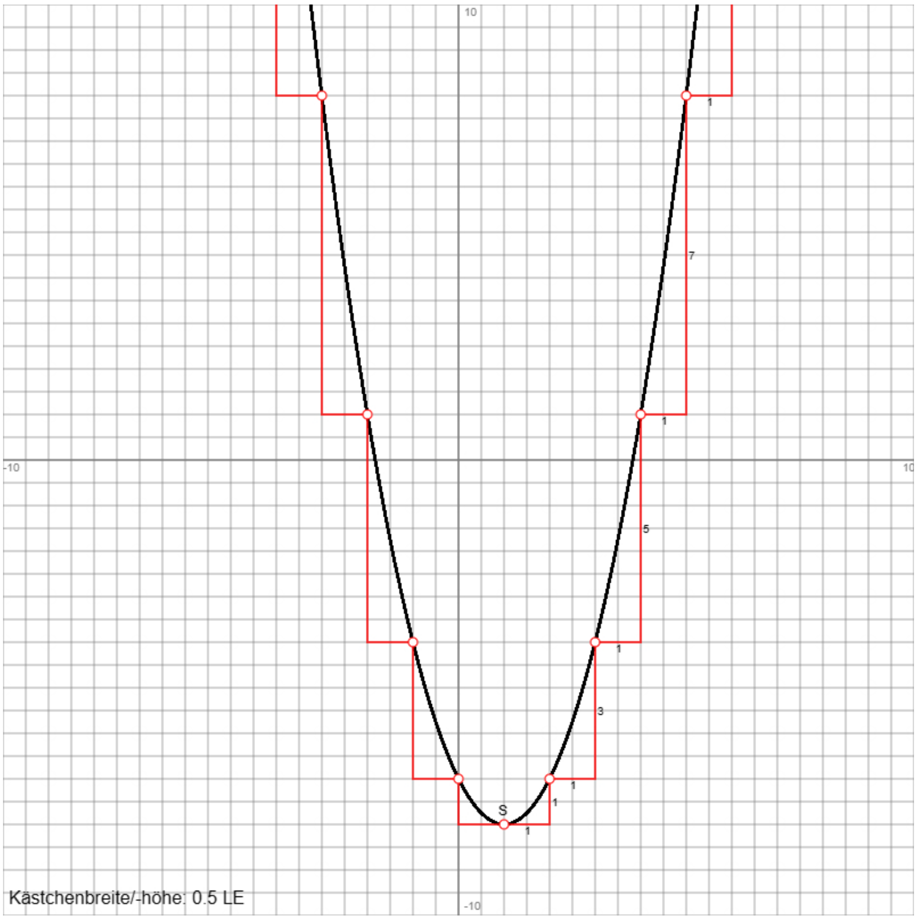
Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Parabeln

Aufgabe: Skizziere die allgemeine Parabel (quadratische Funktion) in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+5)^2 + 8 .$$

Lösung: I. Ist die quadratische Parabel von der Scheitelform $f(x) = a(x-x_S)^2 + y_S$, so ist der Graph der Funktion $y = f(x)$ in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem vom Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ aus zu skizzieren. In (horizontalen) Einerschritten bestimmen sich dann weitere Parabelpunkte als: $P/Q_1(x_S\pm1|y_S+1\cdot a) = (x_1|y_1)$, $P/Q_2(x_S\pm2|y_1+3\cdot a) = (x_2|y_2)$, $P/Q_3(x_S\pm3|y_2+5\cdot a) = (x_3|y_3)$, $P/Q_4(x_S\pm4|y_3+7\cdot a) = (x_4|y_4)$ (Berechnung mit Hilfe der ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7, …) usw.



Auch das Anlegen einer Wertetabelle ist möglich u.a. gemäß:

x	x_S-3	x_S-2	x_S-1	x_S	x_S+1	x_S+2	x_S+3
y=f(x)	y_S+9a	y_S+4a	y_S+a	y_S	y_S+a	y_S+4a	y_S+9a

II. Der Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ ist das (relative, lokale) Minimum oder Maximum einer quadratischen Parabel. Er errechnet sich gemäß:

Scheitelform: f(x) = $a(x-x_S)^2 + y_S$ -> Scheitel $S(x_S|y_S)$

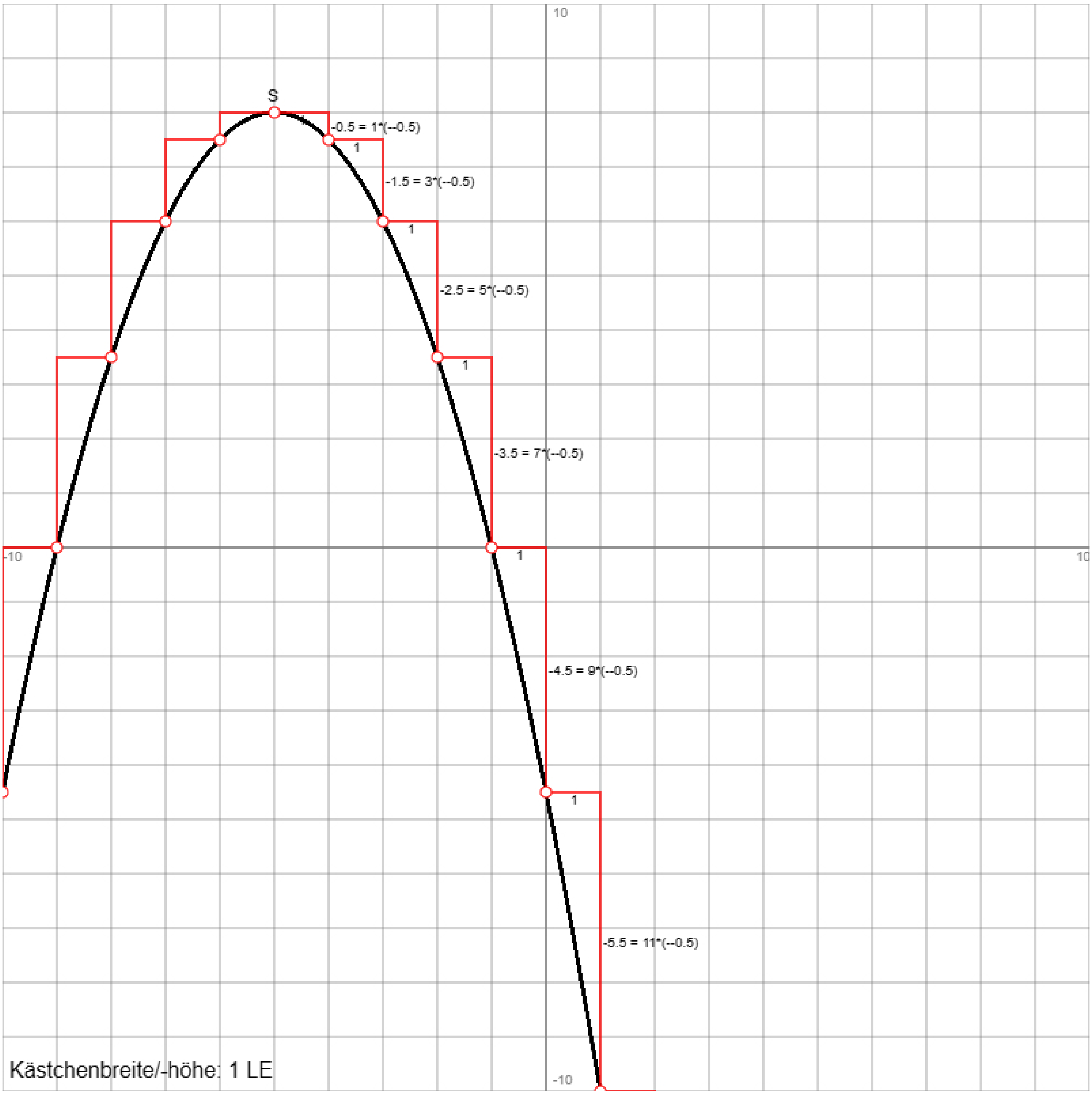
Normalform: f(x) = ax^2+bx+c -> Scheitel $S(x_S|y_S)$ mit $x_S = -\frac{b}{2a}$, $y_S = f(-\frac{b}{2a})$

Produktform: f(x) = $a(x-x_1)(x-x_2)$ -> Scheitel $S(x_S|y_S)$ mit $x_S = \frac{x_1+x_2}{2}$, $y_S = f(\frac{x_1+x_2}{2})$.

III. Es ist für eine quadratische Funktion f(x) zunächst der Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ zu ermitteln. Der ergibt sich aber gemäß II. sofort aus:

Scheitelform: $f(x) = -\frac{1}{2}(x+5)^2 + 8$ -> $x_S = -5$, $y_S = 8$ -> <u>Scheitel</u> S(-5|8).

IV. Als <u>Graph</u> der Funktion $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ ergibt sich gemäß der Vorgehensweise I.: S(-5|8) -> P_1(-4|8+1·(-0,5)) = (4|7,5) -> P_2(-3|7,5+3·(-0,5)) = (-3|6) -> P_3(-2|6+5·(-0,5)) = (-2|3,5) -> P_4(-1|3,5+7·(-0,5)) = (-1|0) usw. bzw. S(-5|8) -> Q_1(-6|8+1·(-0,5)) = (-6|7,5) -> Q_2(-7|7,5+3·(-0,5)) = (-7|6) usw.



www.michael-buhlmann.de / 02.2023 / Aufgabe 1808