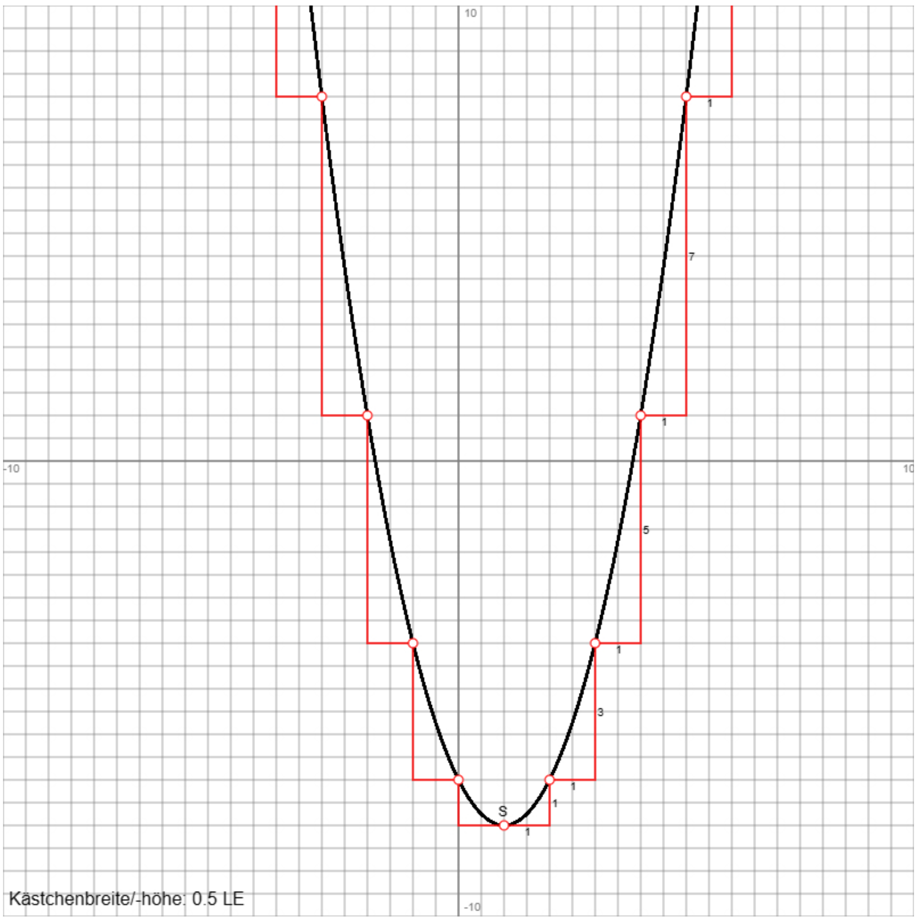
Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Parabeln

Aufgabe: Skizziere die allgemeine Parabel (quadratische Funktion) in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem:

$$f(x) = -x^2 - 4x + 5\,.$$

Lösung: I. Ist die quadratische Parabel von der Scheitelform $f(x) = a(x-x_S)^2 + y_S$, so ist der Graph der Funktion $y = f(x)$ in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem vom Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ aus zu skizzieren. In (horizontalen) Einerschritten bestimmen sich dann weitere Parabelpunkte als: $P/Q_1(x_S\pm1|y_S+1\cdot a) = (x_1|y_1)$, $P/Q_2(x_S\pm2|y_1+3\cdot a) = (x_2|y_2)$, $P/Q_3(x_S\pm3|y_2+5\cdot a) = (x_3|y_3)$, $P/Q_4(x_S\pm4|y_3+7\cdot a) = (x_4|y_4)$ (Berechnung mit Hilfe der ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7, …) usw.



Auch das Anlegen einer Wertetabelle ist möglich u.a. gemäß:

x	x_S-3	x_S-2	x_S-1	x_S	x_S+1	x_S+2	x_S+3
y=f(x)	y_S+9a	y_S+4a	y_S+a	y_S	y_S+a	y_S+4a	y_S+9a

II. Der Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ ist das (relative, lokale) Minimum oder Maximum einer quadratischen Parabel. Er errechnet sich gemäß:

Scheitelform: $f(x) = a(x-x_S)^2 + y_S$ -> Scheitel $S(x_S|y_S)$

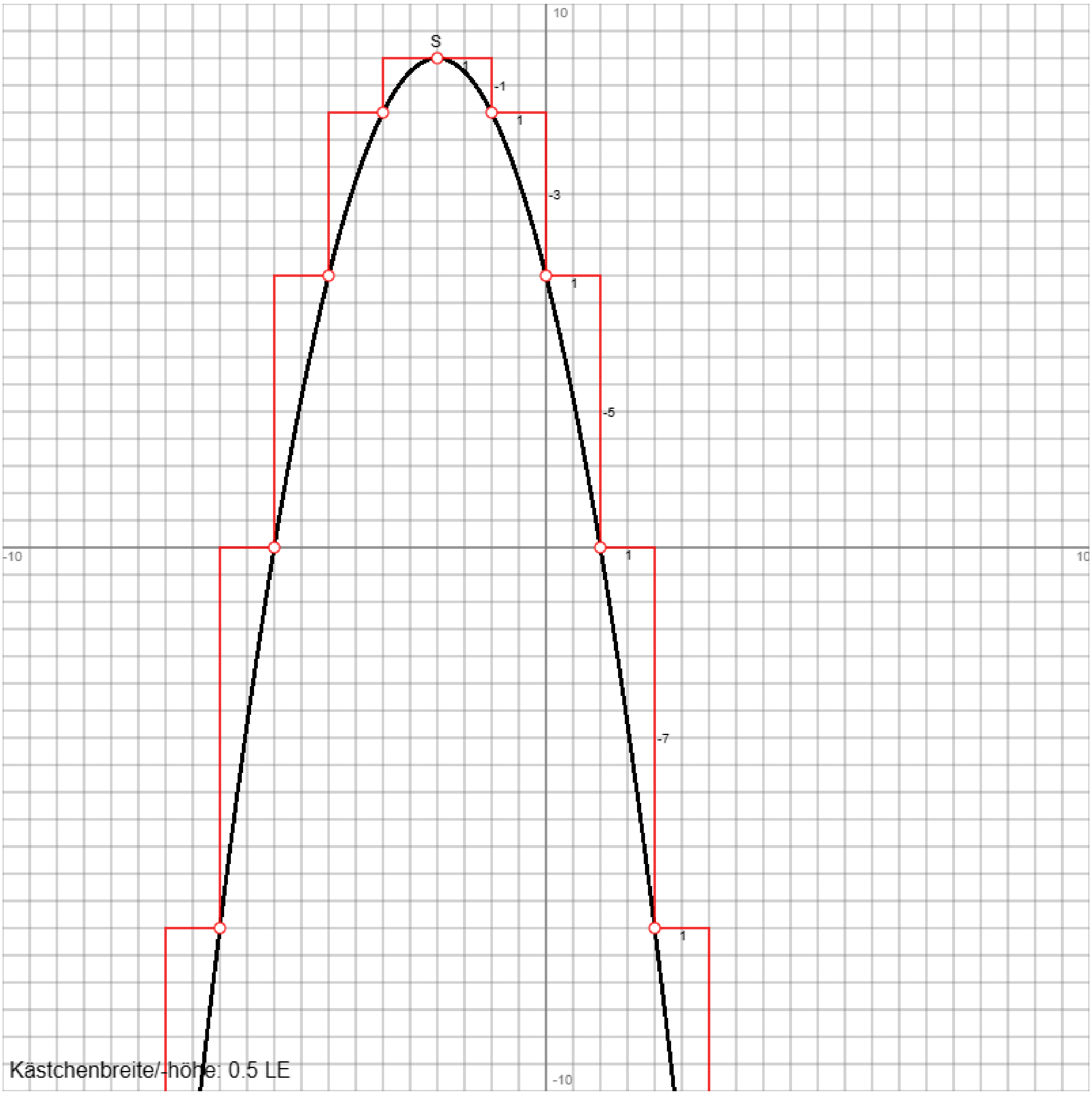
Normalform: $f(x) = ax^2+bx+c$ -> Scheitel $S(x_S|y_S)$ mit $x_S = -\frac{b}{2a}$, $y_S = f(-\frac{b}{2a})$

Produktform: $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ -> Scheitel $S(x_S|y_S)$ mit $x_S = \frac{x_1+x_2}{2}$, $y_S = f(\frac{x_1+x_2}{2})$.

III. Es ist für eine quadratische Funktion f(x) zunächst der Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ zu ermitteln und dann der Graph der Funktion vom Scheitelpunkt aus zu zeichnen. Zur Bestimmung des Scheitels gehen wir bei der nach unten geöffneten Normalparabel $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ gemäß II. vor:

Normalform: $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ -> a = -1, b = -4 -> $x_S = -\frac{-4}{2\cdot(-1)} = -2$ -> y_S = f(-2) = $-(-2)^2 - 4\cdot(-2) + 5 = 9$ -> <u>Scheitel</u> S(-2|9).

IV. Als <u>Graph</u> der Funktion $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ ergibt sich gemäß der Vorgehensweise I.: S(-2|9) -> $P_1(-1|9+1\cdot(-1)) = (-1|8)$ -> $P_2(0|8+3\cdot(-1)) = (0|5)$ -> $P_3(1|5+5\cdot(-1)) = (1|0)$ -> $P_4(2|0+7\cdot(-1)) = (2|-7)$ usw. bzw. S(-2|9) -> $Q_1(-3|9+1\cdot(-1)) = (-3|8)$ -> $Q_2(-4|8+3\cdot(-1)) = (-4|5)$ usw.



www.michael-buhlmann.de / 02.2023 / Aufgabe 1809