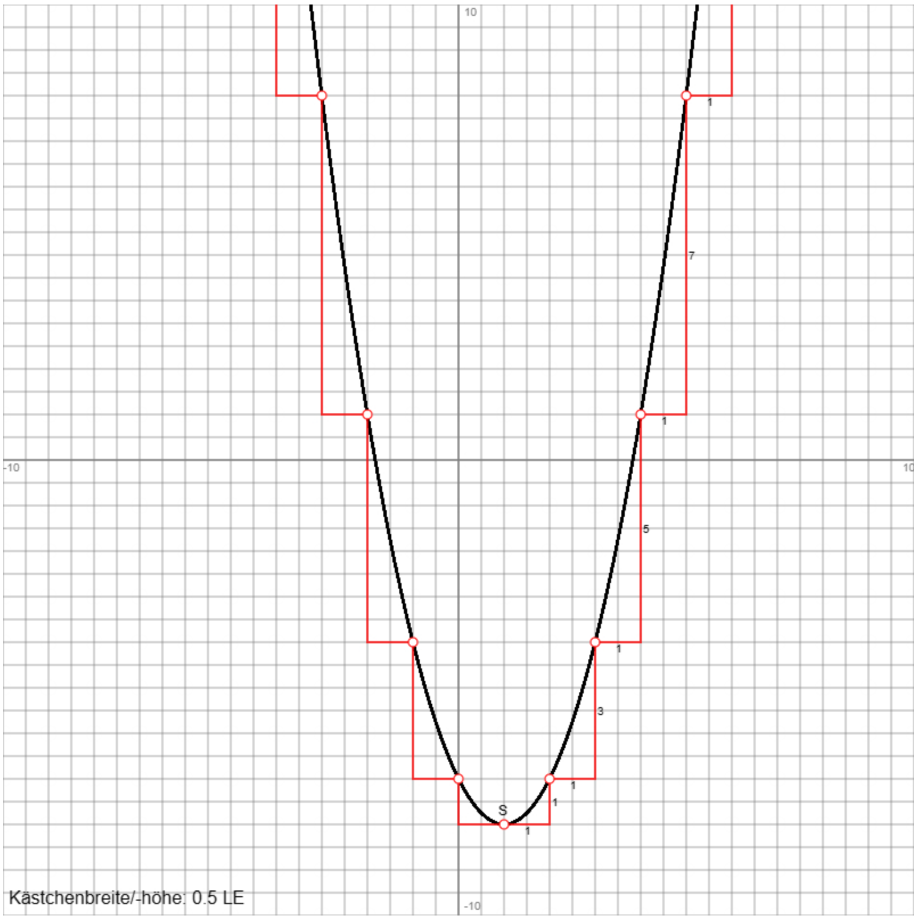
Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Parabeln

Aufgabe: Skizziere die allgemeine Parabel (quadratische Funktion) in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem:

$$f(x) = 1{,}5 \cdot (x-6)(x+4) \ .$$

Lösung: I. Ist die quadratische Parabel von der Scheitelform $f(x) = a(x-x_S)^2 + y_S$, so ist der <u>Graph</u> der Funktion $y = f(x)$ in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem vom Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ aus zu skizzieren. In (horizontalen) Einerschritten bestimmen sich dann weitere Parabelpunkte als: $P/Q_1(x_S \pm 1|y_S+1\cdot a) = (x_1|y_1)$, $P/Q_2(x_S \pm 2|y_1+3\cdot a) = (x_2|y_2)$, $P/Q_3(x_S \pm 3|y_2+5\cdot a) = (x_3|y_3)$, $P/Q_4(x_S \pm 4|y_3+7\cdot a) = (x_4|y_4)$ (Berechnung mit Hilfe der ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7, …) usw.



Auch das Anlegen einer Wertetabelle ist möglich u.a. gemäß:

x	x_S-3	x_S-2	x_S-1	x_S	x_S+1	x_S+2	x_S+3
y=f(x)	y_S+9a	y_S+4a	y_S+a	y_S	y_S+a	y_S+4a	y_S+9a

II. Der <u>Scheitelpunkt</u> $S(x_S|y_S)$ ist das (relative, lokale) Minimum oder Maximum einer quadratischen Parabel. Er errechnet sich gemäß:

Scheitelform: $f(x) = a(x-x_S)^2 + y_S$ -> Scheitel $S(x_S|y_S)$

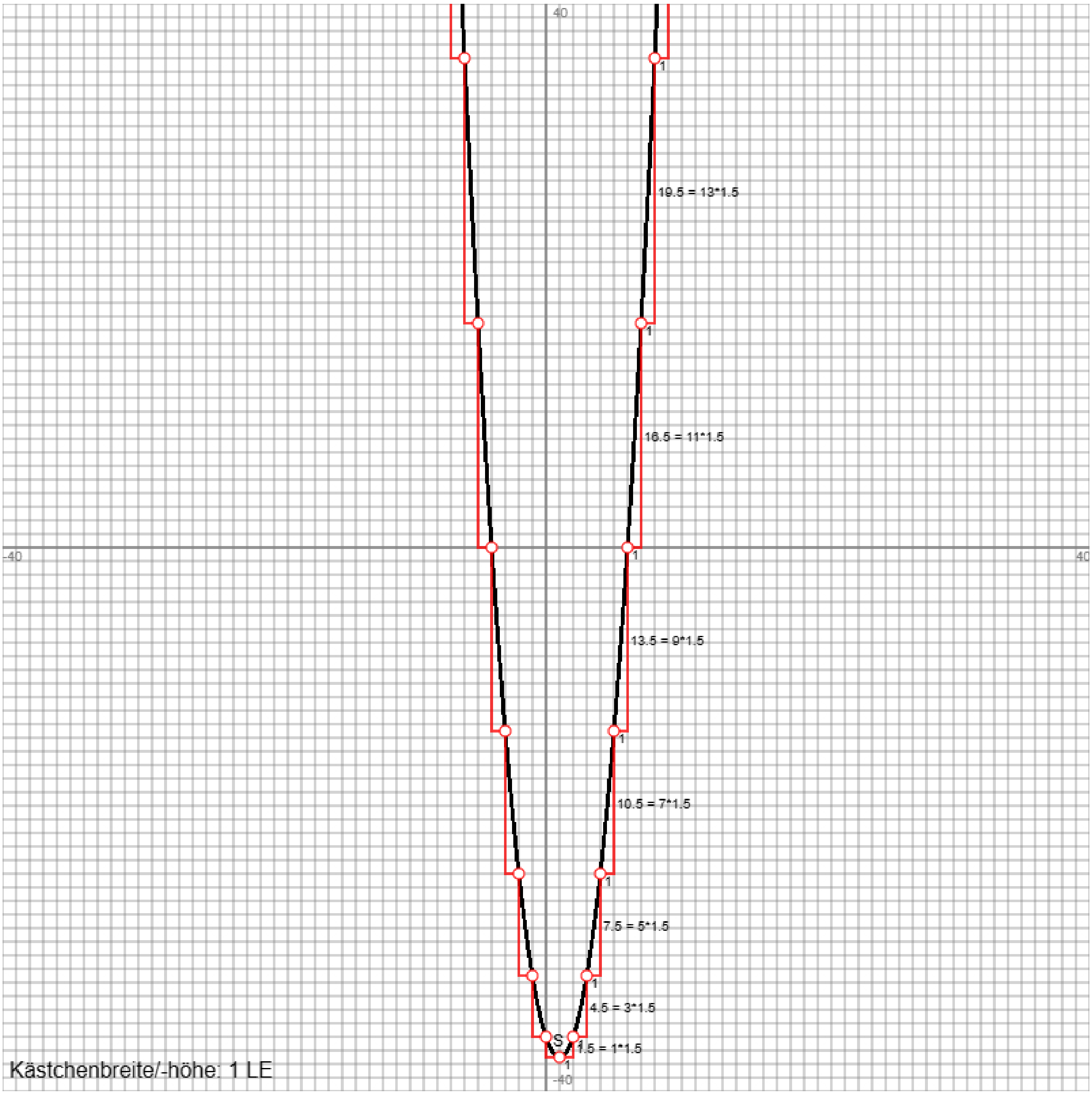
Normalform: $f(x) = ax^2+bx+c$ -> Scheitel $S(x_S|y_S)$ mit $x_S = -\frac{b}{2a}$, $y_S = f(-\frac{b}{2a})$

Produktform: $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ -> Scheitel $S(x_S|y_S)$ mit $x_S = \frac{x_1+x_2}{2}$, $y_S = f(\frac{x_1+x_2}{2})$.

III. Es ist für eine quadratische Funktion f(x) zunächst der Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ zu ermitteln und dann der Graph der Funktion vom Scheitelpunkt aus zu zeichnen. Zur Bestimmung des Scheitels gehen wir bei der Parabel $f(x) = 1{,}5 \cdot (x-6)(x+4)$ in Produktform gemäß II. vor:

Produktform: $f(x) = 1{,}5 \cdot (x-6)(x+4)$ -> $x_1 = -4$, $x_2 = 6$ -> $x_S = \frac{-4+6}{2} = 1$ -> $y_S = f(1) =$
$1{,}5 \cdot (1-6) \cdot (1+4) = 1{,}5 \cdot (-5) \cdot 5 = -37{,}5$ -> <u>Scheitel</u> S(1|-37,5).

IV. Als <u>Graph</u> der Funktion $f(x) = 1{,}5 \cdot (x-6)(x+4)$ ergibt sich gemäß der Vorgehensweise I.:
S(1|-37,5) -> P_1(2|-37,5+1·1,5) = (2|-36) -> P_2(3|-36+3·1,5) = (3|-31,5) -> P_3(4|-31,5+5·1,5) = (4|-24) -> P_4(5|-24+7·1,5) = (5|-13,5) usw. bzw. S(1|-37,5) -> Q_1(0|-37,5+1·1,5) = (0|-36) -> Q_2(-1|-36+3·1,5) = (-1|-31,5) usw.



www.michael-buhlmann.de / 02.2023 / Aufgabe 1810