

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Parabeln

Aufgabe: Skizziere die allgemeinen Parabeln (quadratische Funktionen) in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem:

a) $f(x) = \frac{1}{4}(x-1)^2 + 3$

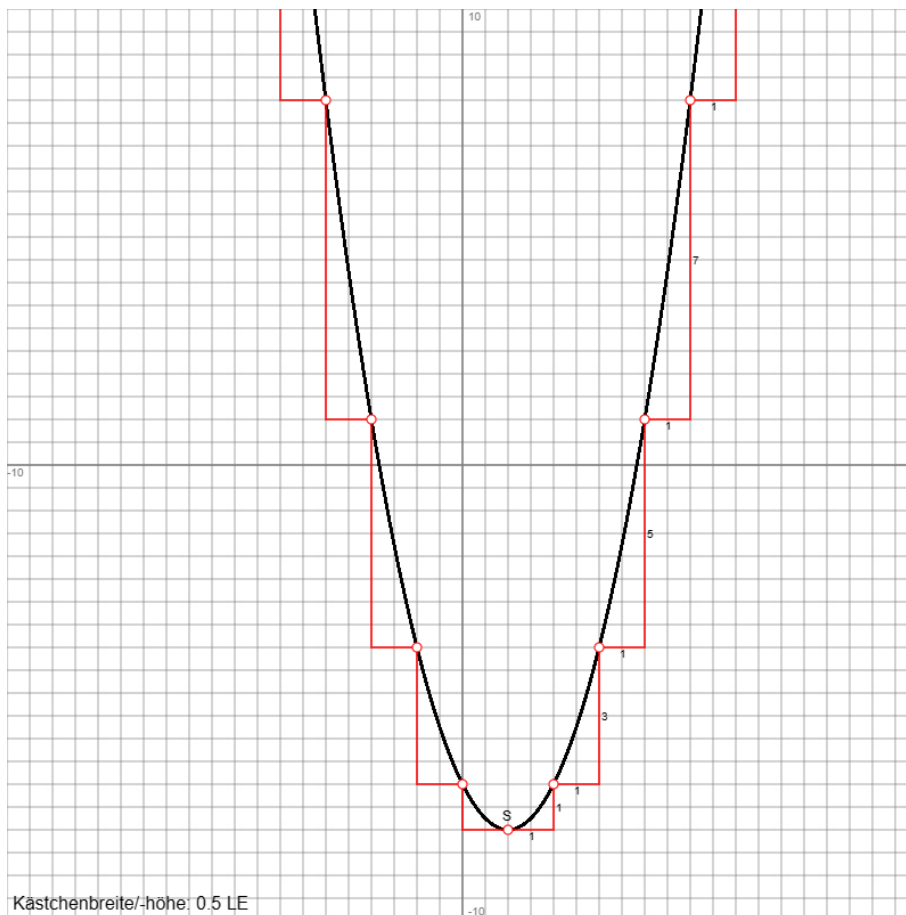
b) $f(x) = 2x^2 - 7$

c) $f(x) = x^2 - 4x + 2$

d) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$

e) $f(x) = -(x-2)(x+3)$

Lösung: I. Ist die quadratische Parabel von der Scheitelform $f(x) = a(x-x_S)^2 + y_S$, so ist der Graph der Funktion $y = f(x)$ in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem vom Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ aus zu skizzieren. In (horizontalen) Einerschritten bestimmen sich dann weitere Parabelpunkte als: $P/Q_1(x_S \pm 1 | y_S + 1 \cdot a) = (x_1 | y_1)$, $P/Q_2(x_S \pm 2 | y_S + 3 \cdot a) = (x_2 | y_2)$, $P/Q_3(x_S \pm 3 | y_S + 5 \cdot a) = (x_3 | y_3)$, $P/Q_4(x_S \pm 4 | y_S + 7 \cdot a) = (x_4 | y_4)$ (Berechnung mit Hilfe der ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7, ...) usw.



Auch das Anlegen einer Wertetabelle ist möglich u.a. gemäß:

x	x_S-3	x_S-2	x_S-1	x_S	x_S+1	x_S+2	x_S+3
y=f(x)	y_S+9a	y_S+4a	y_S+a	y_S	y_S+a	y_S+4a	y_S+9a

II. Der Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ ist das (relative, lokale) Minimum oder Maximum einer quadratischen Parabel. Er errechnet sich gemäß:

Scheitelform: $f(x) = a(x-x_S)^2 + y_S \rightarrow$ Scheitel $S(x_S|y_S)$

Normalform: $f(x) = ax^2+bx+c \rightarrow$ Scheitel $S(x_S|y_S)$ mit $x_S = -\frac{b}{2a}$, $y_S = f(-\frac{b}{2a})$

Produktform: $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2) \rightarrow$ Scheitel $S(x_S|y_S)$ mit $x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_S = f(\frac{x_1 + x_2}{2})$.

III. Es ist für eine quadratische Funktion $f(x)$ zunächst der Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$ zu bestimmen und dann der Graph der Funktion vom Scheitelpunkt aus zu zeichnen.

a) Scheitelform: $f(x) = \frac{1}{4}(x-1)^2 + 3 \rightarrow$ Scheitel $S(1|3) \rightarrow$ Graph der Funktion $f(x)$

b) Scheitelform: $f(x) = 2x^2 - 7 \rightarrow$ Scheitel $S(0|-7) \rightarrow$ Graph der Funktion $f(x)$

c) Normalform: $f(x) = x^2 - 4x + 2 \rightarrow$ Scheitel $S(2|-2) \rightarrow$ Graph der Funktion $f(x)$

d) Normalform: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x \rightarrow$ Scheitel $S(3|4,5) \rightarrow$ Graph der Funktion $f(x)$

e) Produktform: $f(x) = -(x-2)(x+3) \rightarrow$ Scheitel $S(-0,5|6,25) \rightarrow$ Graph der Funktion $f(x)$

Als Graphen der Funktionen $f(x)$ ergeben sich damit:

