

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Parabeln

Aufgabe: Zeichne die Parabel $y = x^2 + 4x + 5$ in das x-y-Koordinatensystem ein.

1. Lösung: I. Allgemein gilt: Die Funktionsvorschrift einer nach oben geöffneten Normalparabel mit Scheitelpunkt $S(d|c)$ ist ein (Funktions-) Term von der (Scheitel-) Form $y = (x-d)^2 + c$ mit der unabhängigen Variablen x und der abhängigen Variablen y als Parabelgleichung. Ausrechnen der Scheitelform unter Benutzung der binomischen Formeln führt auf die Normalform vom Typ $y = x^2 + px + q$. Quadratische Ergänzung mittels:

$$y = x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

führt umgekehrt wieder auf die Scheitelform der Normalparabel mit Scheitelpunkt $S(d|c) =$

$S\left(-\frac{p}{2} \mid q - \left(\frac{p}{2}\right)^2\right)$ (Letzteres ist auch eine Formel zur direkten Bestimmung des Scheitelpunktes einer Normalparabel).

Das Zeichnen der Normalparabel erfolgt über eine Wertetabelle oder vom gegebenen Scheitelpunkt aus, derart dass man – vom Scheitelpunkt oder vorhergehenden Parabelpunkt ausgehend – im x-y-Koordinatensystem eine Längeneinheit nach rechts bzw. links und 1, 3, 5, 7, ... (ungerade Zahlen aufsteigend) Längeneinheiten nach oben geht.

II. Zum Zeichnen sollte die Normalform der Parabel $y = x^2 + 4x + 5$ in die Scheitelform umgewandelt werden. Quadratisches Ergänzen ergibt die Scheitelform:

$$y = x^2 + 4x + 5 = x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5 - 2^2 = (x + 2)^2 + 1.$$

Der Scheitelpunkt der Normalparabel lautet: $S(-2|1)$.

2. Lösung: I. Allgemein gilt: Die Funktionsvorschrift einer nach oben geöffneten Normalparabel mit Scheitelpunkt $S(d|c)$ ist ein (Funktions-) Term von der (Scheitel-) Form $y = (x-d)^2 + c$ mit der unabhängigen Variablen x und der abhängigen Variablen y als Parabelgleichung. Ausrechnen der Scheitelform unter Benutzung der binomischen Formeln führt auf die Normalform vom Typ $y = x^2 + px + q$. Eine Formel zur direkten Bestimmung des Scheitelpunktes $S(d|c)$ einer Normalparabel aus der Normalform ist dann:

$$S\left(-\frac{p}{2} \mid q - \left(\frac{p}{2}\right)^2\right).$$

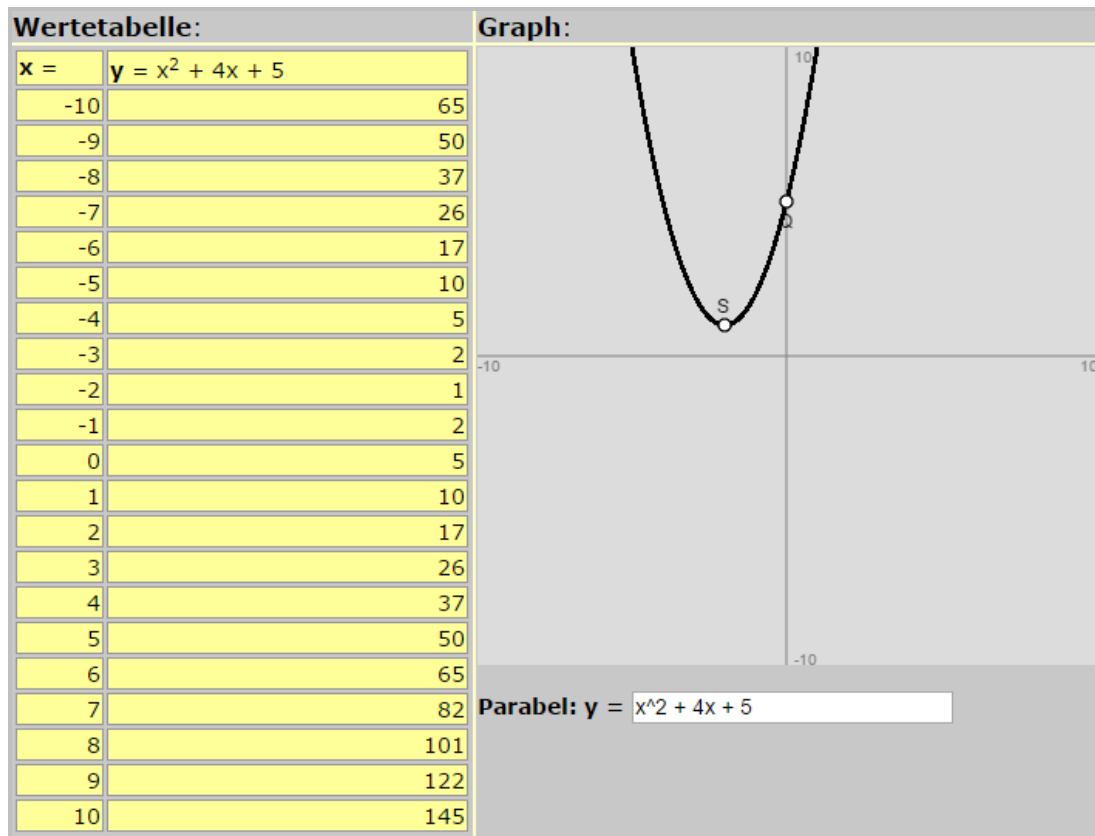
Das Zeichnen der Normalparabel erfolgt über eine Wertetabelle oder vom gegebenen Scheitelpunkt aus, derart dass man – vom Scheitelpunkt oder vorhergehenden Parabelpunkt ausgehend – im x-y-Koordinatensystem eine Längeneinheit nach rechts bzw. links und 1, 3, 5, 7, ... (ungerade Zahlen aufsteigend) Längeneinheiten nach oben geht.

II. Zum Zeichnen sollte die Normalform der Parabel $y = x^2 + 4x + 5$ in die Scheitelform umgewandelt werden. Mit $p = 4$ und $q = 5$ ergibt sich nach obiger Formel:

$$S\left(-\frac{4}{2} \mid 5 - \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) = S(-2|1).$$

Der Scheitelpunkt der Normalparabel lautet: $S(-2|1)$.

III. Wertetabelle und Graph der Parabel $y = x^2 + 4x + 5$ sind:



www.michael-buhlmann.de / 04.2016 / Aufgabe 217