

# Mathematikaufgaben

## > Funktionen

## > Parabeln

**Aufgabe:** Skizziere die Normalparabel in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem:

$$y = x^2 - 4x - 5.$$

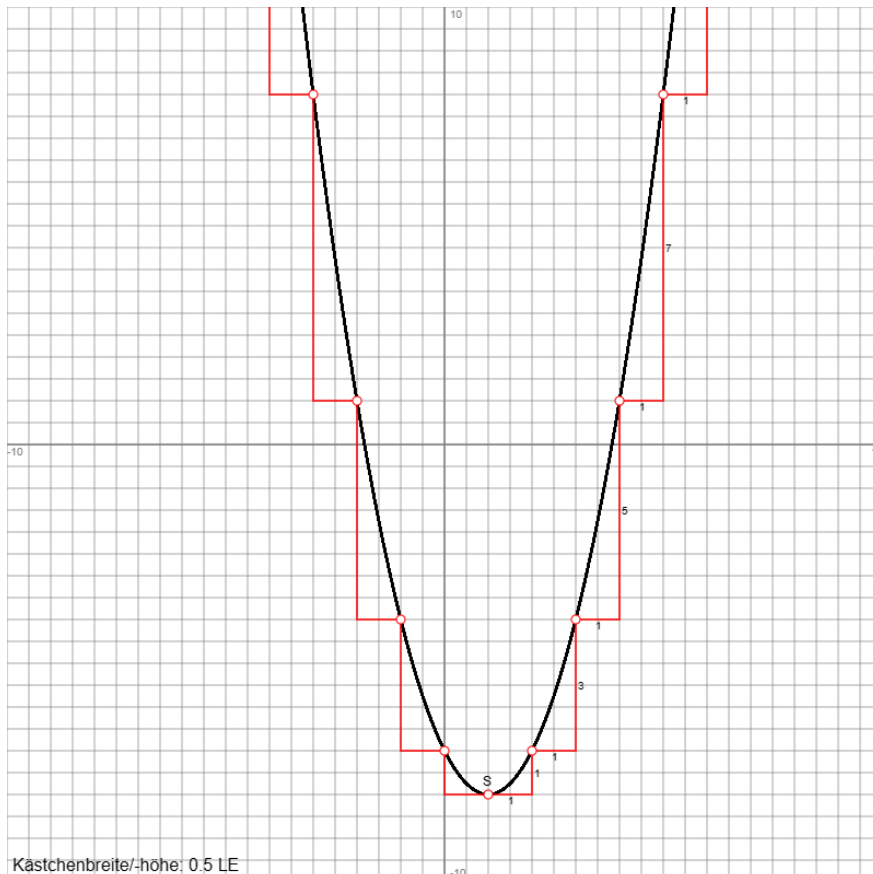
**Lösung:** I. Allgemein gilt: Die Funktionsvorschrift einer nach oben geöffneten Normalparabel lautet gemäß der Normalform  $y = x^2 + px + q$  mit der unabhängigen Variablen  $x$  und der abhängigen Variablen  $y$  in der Parabelgleichung. Bei der Bestimmung des Scheitelpunkts aus der Normalform führt die quadratische Ergänzung mittels:

$$y = x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

auf den Scheitelpunkt  $S(d|e) = S\left(-\frac{p}{2} \mid q - \left(\frac{p}{2}\right)^2\right)$ , und die Scheitelform der Parabelgleichung ist:

$$y = (x-d)^2 + e.$$

II. Ist eine Normalparabel in der Scheitelform  $y = (x-d)^2 + e$  gegeben, so ist der Graph der Funktion in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem vom Scheitelpunkt  $S(d|e)$  aus zu skizzieren. In (horizontalen) Einerschritten bestimmen sich dann weitere Parabelpunkte als:  $P/Q_1(d \pm 1 | e+1) = (x_1 | y_1)$ ,  $P/Q_2(d \pm 2 | y_1+3) = (x_2 | y_2)$ ,  $P/Q_3(d \pm 3 | y_2+5) = (x_3 | y_3)$ ,  $P/Q_4(d \pm 4 | y_3+7) = (x_4 | y_4)$  (Berechnung mit Hilfe der ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7, ...) usw.

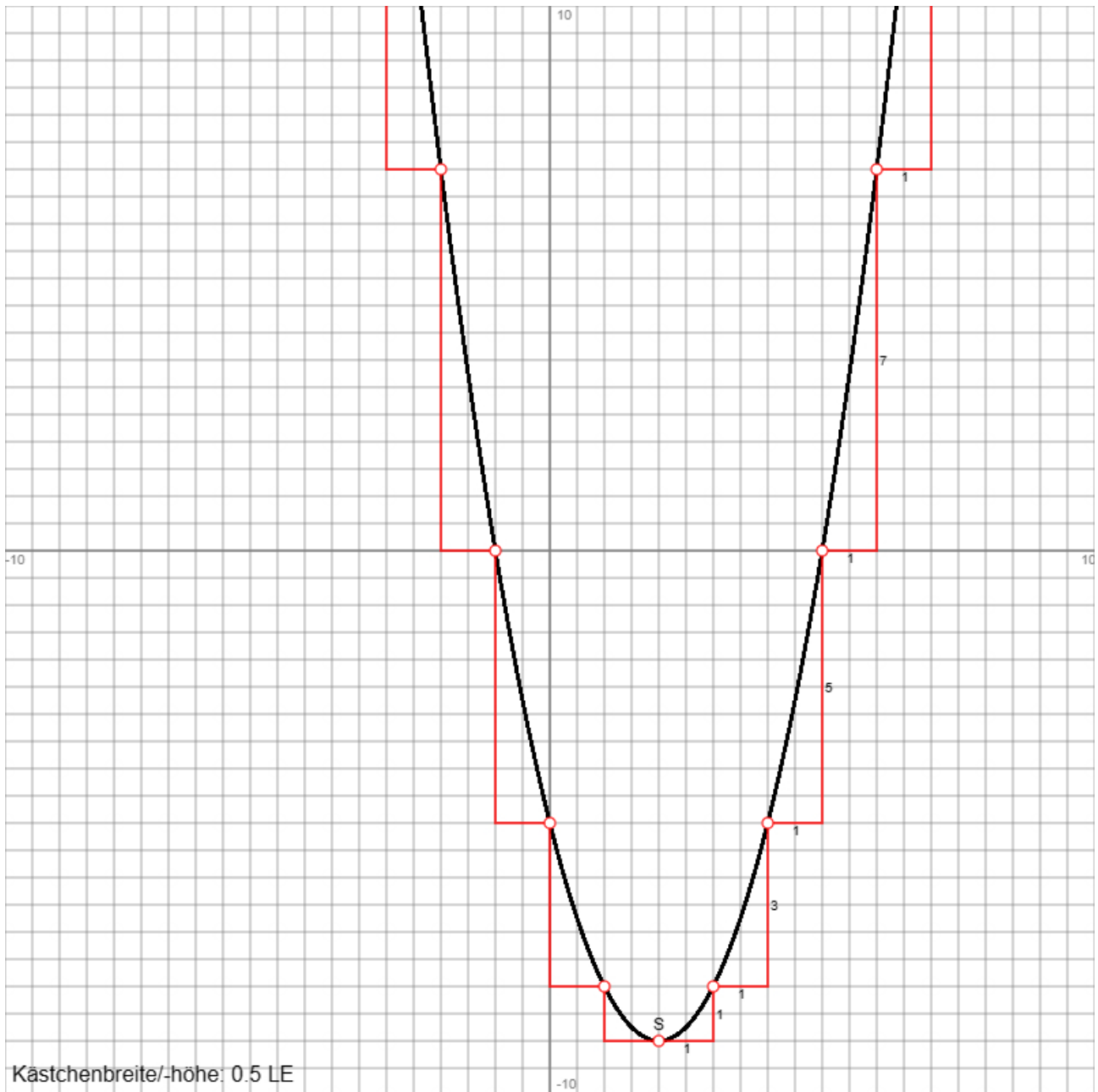


III. Die Scheitelform der Parabelgleichung ergibt sich gemäß quadratischer Ergänzung:

$$y = x^2 - 4x - 5 = x^2 - 4x + 2^2 - 5 - 2^2 = (x-2)^2 - 9,$$

so dass als Scheitelpunkt  $S(2|-9)$  folgt.

IV. Für den Graphen der Parabel  $y = x^2 - 4x + 5$  ergibt sich nach der oben erwähnten Vorgehensweise (II.):  $S(2|-9) \rightarrow P_1(3|-9+1) = (3|-8) \rightarrow P_2(4|-8+3) = (4|-5) \rightarrow P_3(5|-5+5) = (5|0) \rightarrow P_4(6|0+7) = (6|7)$  usw. bzw.  $S(2|-9) \rightarrow Q_1(1|-9+1) = (1|-8) \rightarrow Q_2(0|-8+3) = (0|-5) \rightarrow Q_3(-1|-5+5) = (-1|0) \rightarrow Q_4(-2|0+7) = (-2|7)$  usw. und damit:



www.michael-buhlmann.de / 03.2023 / Aufgabe 1823