Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Funktionen
> Parabeln

Aufgabe: Zu den nach oben geöffneten verschobenen Normalparabeln p_1, p_2 mit Scheitelpunkten $S_1(-3|2)$, $S_2(2|-3)$ ist ihr Schnittpunkt P zu berechnen.

Lösung: I. Allgemein gilt: Die Funktionsvorschrift einer nach oben geöffneten verschobenen Normalparabel lautet gemäß der Scheitelform $y = (x-d)^2 + e$ mit der unabhängigen Variablen x und der abhängigen Variablen y als Parabelgleichung. Der Punkt S(d|e) ist der Scheitelpunkt der Parabel, aus ihm ergibt sich die Scheitelform, ausgerechnet gemäß den binomischen Formeln die Normalform $y = x^2 + bx + c$.

II. Wir bestimmen zunächst die Scheitelform der beiden Parabeln aus den Scheitelpunkten und berechnen dann die Normalform:

p_1: $S_1(-3|2)$ -> $y = (x+3)^2 + 2 = x^2 + 6x + 9 + 2 = x^2 + 6x + 11$

p_2: $S_2(|-3)$ -> $y = (x-2)^2 – 3 = x^2 – 4x + 4 – 3 = x^2 – 4x + 1$.

Die beiden Parabelgleichungen lauten also in Normalform:

p_1: $y = x^2 + 6x + 11$
p_2: $y = x^2 – 4x + 1$.

III. Zur Berechnung der Schnittpunkte zwischen zwei Parabeln sind die Funktionsterme der Parabeln gleichzusetzen (y = y) und ist die entstandene Gleichung (in x) nach der Unbekannten aufzulösen. Dabei können als Vorgehensweisen die bei linearen und quadratischen Gleichungen zur Anwendung kommen. Die y-Koordinaten der Schnittpunkte ergeben sich durch Einsetzen der errechneten x-Werte in eine der Parabelgleichungen.

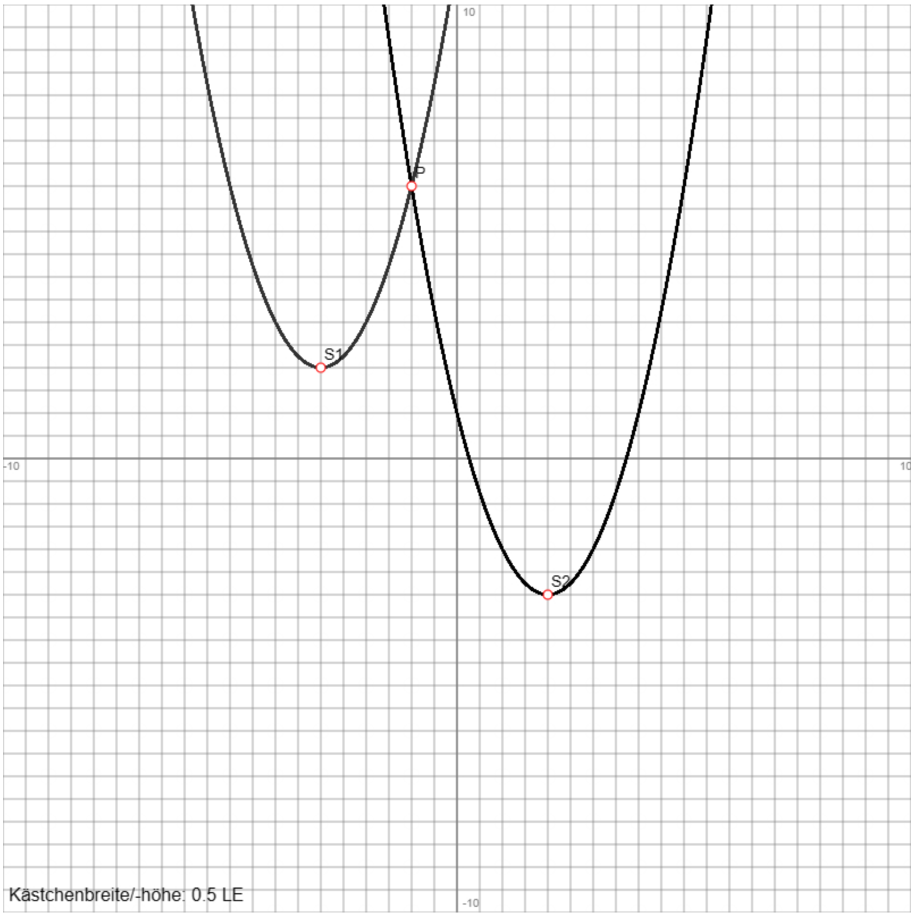
IV. Wir setzen die Funktionsterme der Parabeln p_1: $y = x^2 + 6x + 11$ und p_2: $y = x^2 – 4x + 1$ gleich und haben:

$$
\begin{array}{ll}
y = y & \\
x^2 + 6x + 11 = x^2 - 4x + 1 & | -x^2 \\
6x + 11 = -4x + 1 & | +4x \\
10x + 11 = 1 & | -11 \\
10x = -10 & | :10 \\
x = -1. &
\end{array}
$$

An der Stelle x = -1 schneiden sich die Normalparabeln. Die y-Koordinate des gesuchten Schnittpunkts P folgt aus dem Einsetzen von x = -1 etwa in die Parabel p_1:

$x = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 + 6\cdot(-1) +11 = 1 – 6 + 11 = 6$.

Der Schnittpunkt heißt damit: P(-1|6).



www.michael-buhlmann.de / 05.2024 / Aufgabe 2092