

# Mathematikaufgaben

## > Funktionen

## > Parabeln

**Aufgabe:** Gegeben sind die Parabeln  $p_1: y = 0,5x^2 - 3$ ,  $p_2: y = x^2 - x - 7$ . Die Schnittpunkte P, Q der Parabeln sind zu berechnen.

**Lösung:** I. Zur Berechnung der Schnittpunkte zwischen zwei Parabeln sind die Funktionsterme der Parabeln gleichzusetzen ( $y = y$ ) und ist die entstandene Gleichung (in  $x$ ) nach der Unbekannten aufzulösen. Dabei können als Vorgehensweisen die bei linearen Gleichungen, die Lösungsformel oder das Ausklammern mit Satz vom Nullprodukt zur Anwendung kommen. Die  $y$ -Koordinaten der Schnittpunkte ergeben sich durch Einsetzen der errechneten  $x$ -Werte in eine der Parabelgleichungen.

II. Wir setzen die Funktionsterme der Parabeln  $p_1: y = 0,5x^2 - 3$  und  $p_2: y = x^2 - x - 7$  gleich und haben:

$$\begin{array}{l} y = y \\ 0,5x^2 - 3 = x^2 - x - 7 \\ -3 = 0,5x^2 - x - 7 \\ 0 = 0,5x^2 - x - 4 \\ 0 = x^2 - 2x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} | -0,5x^2 \\ | +3 \\ | \cdot 2 \\ \text{(Lösungsformel/b-c-Formel: } b = -2, c = -8) \end{array}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1^2 + 8} = 1 \pm \sqrt{9} = 1 \pm 3 \\ x_1 = 1 - 3 = -2, x_2 = 1 + 3 = 4.$$

An den Stellen  $x = -2$ ,  $x = 4$  schneiden sich die Parabeln. Die  $y$ -Koordinaten der gesuchten Schnittpunkte P, Q folgen aus dem Einsetzen von  $x = -2$ ,  $x = 4$  etwa in die Parabel  $p_1$ :

$$x = -2 \Rightarrow y = 0,5 \cdot (-2)^2 - 3 = 2 - 3 = -1 \rightarrow P(-2|-1) \\ x = 4 \Rightarrow y = 0,5 \cdot 4^2 - 3 = 8 - 3 = 5 \rightarrow Q(4|5).$$

Die Schnittpunkte heißen damit: P(-2|-1), Q(4|5).

