

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Parabeln/Geraden

Aufgabe: Gegeben sind die Normalparabel $p: y = x^2 - 2x - 5$ und die Gerade $g: y = -2x - 4$. Die Schnittpunkte P, Q von Parabel und Gerade sind zu berechnen.

Lösung: I. Zur Berechnung der Schnittpunkte zwischen einer Parabel und einer Geraden sind die Funktionsterme von Parabel und Gerade gleichzusetzen ($y = y$) und ist die entstandene Gleichung (in x) nach der Unbekannten aufzulösen. Dabei können als Vorgehensweisen die bei rein und gemischt quadratischen Gleichungen, u.a. die Lösungsformel oder das Ausklammern mit Satz vom Nullprodukt zur Anwendung kommen. Die y -Koordinaten der Schnittpunkte ergeben sich durch Einsetzen der errechneten x -Werte in eine der Parabelgleichungen.

II. Wir setzen die Funktionsterme der Parabel $p: y = x^2 - 2x - 5$ und der Geraden $g: y = -2x - 4$ gleich und haben:

$$\begin{array}{l} y = y \\ x^2 - 2x - 5 = -2x - 4 \\ x^2 - 5 = -4 \\ x^2 = 1 \\ x = \pm 1 \\ x_1 = -1, x_2 = 1. \end{array} \quad \begin{array}{l} | +2x \\ | +5 \\ | \sqrt{} \end{array}$$

An den Stellen $x = -1$, $x = 1$ schneiden sich Parabel und Gerade. Die y -Koordinaten der gesuchten Schnittpunkte P, Q folgen aus dem Einsetzen von $x = -1$, $x = 1$ in die (einfachere) Geradengleichung g :

$$x = -1 \Rightarrow y = -2 \cdot (-1) - 4 = 2 - 4 = -2 \rightarrow P(-1|-2)$$

$$x = 1 \Rightarrow y = -2 \cdot 1 - 4 = -2 - 4 = -6 \rightarrow Q(1|-6).$$

Die Schnittpunkte heißen damit: P(-1|-2), Q (1|-6); Q ist der Scheitelpunkt der Parabel p.

