

# Mathematikaufgaben

## > Funktionen

## > Parabeln

---

**Aufgabe:** Zeichne den Graphen der nach oben geöffneten, verschobenen Normalparabel

$$p: y = x^2 - 6x + 3$$

in ein geeignetes x-y-Koordinatensystem.

**Lösung:** I. Das Zeichnen einer Normalparabel im x-y-Koordinatensystem geschieht mit Hilfe des Scheitelpunkts, auch wenn die Parabelgleichung in der Normalform gegeben ist. Nach oben geöffnete, verschobene Normalparabeln (mit dem Koeffizienten 1 vor dem  $x^2$ ) sind von der Form:  $y = x^2 + bx + c$  (Normalform) bzw.  $y = (x-d)^2 + e$  (Scheitelform) mit den reellen Zahlen  $b, c, d, e$  und dem Scheitelpunkt  $S(d|e)$ . Normalform und Scheitelform können ineinander überführt werden vermöge der quadratischen Ergänzung bzw. der 1. und 2. binomischen Formel:

$$y = x^2 + bx + c = x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c - \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + \left(c - \left(\frac{b}{2}\right)^2\right) = (x-d)^2 + e$$

mit:  $d = -\frac{b}{2}$ ,  $e = c - \left(\frac{b}{2}\right)^2$ .

II. Es gilt:

Quadratische Ergänzung:

Gegeben ist die (nach oben geöffnete, verschobene) Normalparabel  $y = x^2 - 6x + 3$  in der Normalform mit den Koeffizienten  $b = -6$  und  $c = 3$ . Der Betrag des Koeffizienten  $b = -6$  wird halbiert zu  $|b|/2 = 3$  und der Ausdruck  $(b/2)^2 = 3^2$  als quadratische Ergänzung hinter dem  $x$  des Parabelterms addiert und an dessen Ende subtrahiert:

$$y = x^2 - 6x + 3 = x^2 - 6x + 3^2 + 3 - 3^2.$$

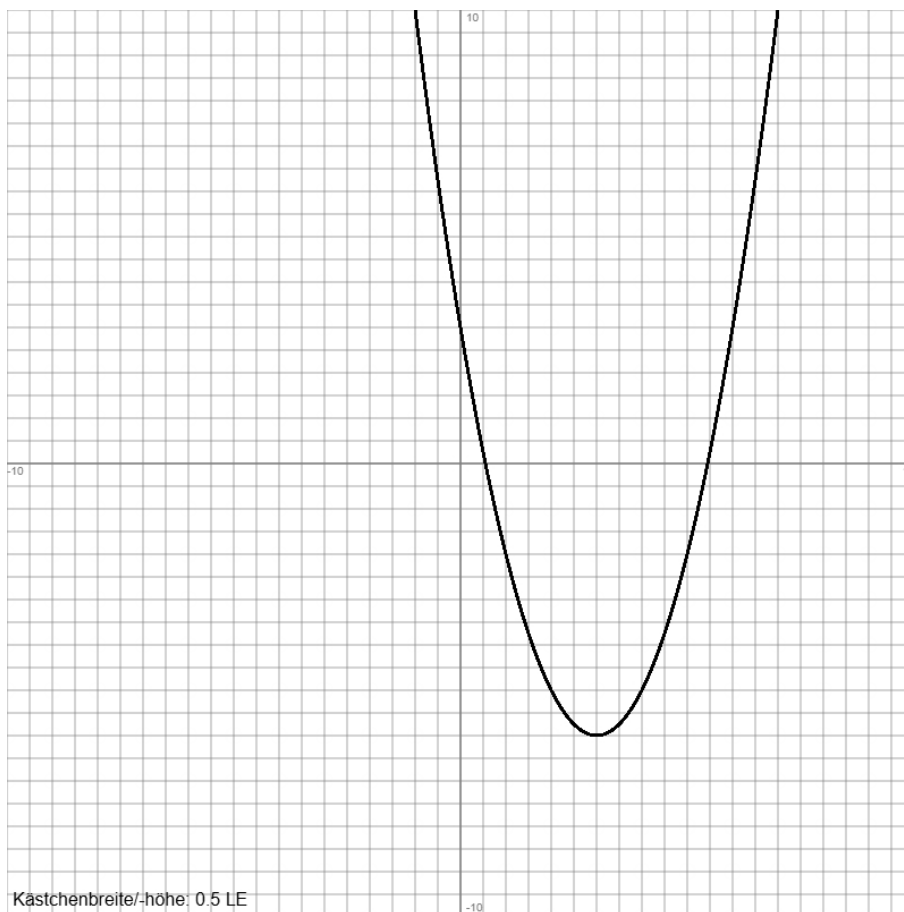
Die ersten drei Summanden des solcherart veränderten Funktionsterms lassen sich dann nach der 2. binomischen Formel ( $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2$ ,  $\alpha = x$ ,  $\beta = 3$ ) umformen, die beiden letzten Summanden werden zusammengezählt:

$$y = x^2 - 6x + 3 = x^2 - 6x + 3^2 + 3 - 3^2 = (x-3)^2 - 6.$$

Es ergeben sich die Scheitelform des Parabelterms  $y = (x-3)^2 - 6$  mit den Koordinaten  $d = 3$ ,  $e = -6$  des Scheitelpunkts  $S(3|-6)$  und zusammenfassend die Identität von Normal- und Scheitelform:

$$y = x^2 - 6x + 3 = (x-3)^2 - 6.$$

III. Gemäß der errechneten Scheitelform der Parabel  $p: y = (x-3)^2 - 6$  ergibt sich – wie gesehen – der Scheitelpunkt  $S(3|-6)$ . Der Graph der nach oben geöffneten, verschobenen Normalparabel hat von daher das Aussehen:



[www.michael-buhlmann.de](http://www.michael-buhlmann.de) / 06.2024 / Aufgabe 2123