

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Polynomfunktionen/Hornerschema

Aufgabe: Bestimme die Funktionswerte der Polynomfunktion

$$f(x) = x^4 - x^2 + 10x - 2$$

an den Stellen $x_0 = -1, 2, 5, 23$ mit Hilfe des Hornerschemas.

Lösung: I. Zur Berechnung von Funktionswerten von Polynomfunktionen

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

für bestimmte x-Werte x_0 ist das Horner Schema anzuwenden:

Horner Schema

	a_n	a_{n-1} $x_0 b_{n-1}$	a_{n-2} $x_0 b_{n-2}$...	a_1 $x_0 b_1$	a_0 $x_0 b_0$
x_0	$b_{n-1} = a_n$	$b_{n-2} =$ $a_{n-1} + x_0 b_{n-1} =$ $a_{n-1} + x_0 a_n$	$b_{n-3} =$ $a_{n-2} + x_0 b_{n-2} =$ $a_{n-2} + x_0 a_{n-1} + x_0^2 a_n$	b_1	$b_0 =$ $a_1 + x_0 b_1 =$ $a_1 + x_0 a_2 + x_0^2 a_3$ $+ \dots + x_0^{n-1} a_n$	$r_0 =$ $a_0 + x_0 b_0 =$ $a_0 + x_0 a_1 + x_0^2 a_2$ $+ \dots + x_0^n a_n$

mit den Koeffizienten des Polynoms a_0, a_1, \dots, a_n , der Stelle x_0 , $r_0 = f(x_0)$ als gesuchter Funktionswert. Im Horner-Schema wird also wie folgt gerechnet:

- I. Die Spalte j des Schemas ($j=0, \dots, n$) enthält in Zeile 1 den Koeffizienten a_{n-j} des Polynoms $f(x)$.
- II. Für die Spalte 0 des Schemas ergibt sich die Zahl b_{n-1} in Zeile 3 als Koeffizient a_n des Polynoms.
- III. In der Spalte j des Schemas ($j=1, \dots, n$) errechnet man die Zahl in Zeile 2, indem man die Stelle x_0 mit dem Wert der Vorgängerspalte in Zeile 3, mit b_{n-j+1} multipliziert. Die Summe der Werte in Zeile 1 und Zeile 2 ergibt die Zahl in Zeile 3, d.h. b_{n-j} .

II. Wir rechnen:

$x_0 = -1$:

$f(x) = 1x^4 - 1x^2 + 10x - 2 \rightarrow$	1	0	-1	10	-2
		-1	+1	+0	-10
$x_0 = -1$	1	-1	0	10	-12
				$f(-1) =$	-12

$x_0 = 2$:

$f(x) = 1x^4 - 1x^2 + 10x - 2 \rightarrow$	1	0	-1	10	-2
		+2	+4	+6	+32
$x_0 = 2$	1	2	3	16	30
				$f(2) =$	30

$x_0 = 5$:

$f(x) = 1x^4 - 1x^2 + 10x - 2 \rightarrow$	1	0	-1	10	-2
		+5	+25	+120	+650
$x_0 = 5$	1	5	24	130	648
				$f(5) =$	648

$x_0 = 23$:

$f(x) = 1x^4 - 1x^2 + 10x - 2 \rightarrow$	1	0	-1	10	-2
		+23	+529	+12144	+279542
$x_0 = 23$	1	23	528	12154	279540
				$f(23) =$	279540

www.michael-buhlmann.de / 05.2024 / Aufgabe 2087