Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Funktionen
> Ganz rationale Funktionen

Aufgabe: Leite zur ganz rationalen Funktionsgleichung:

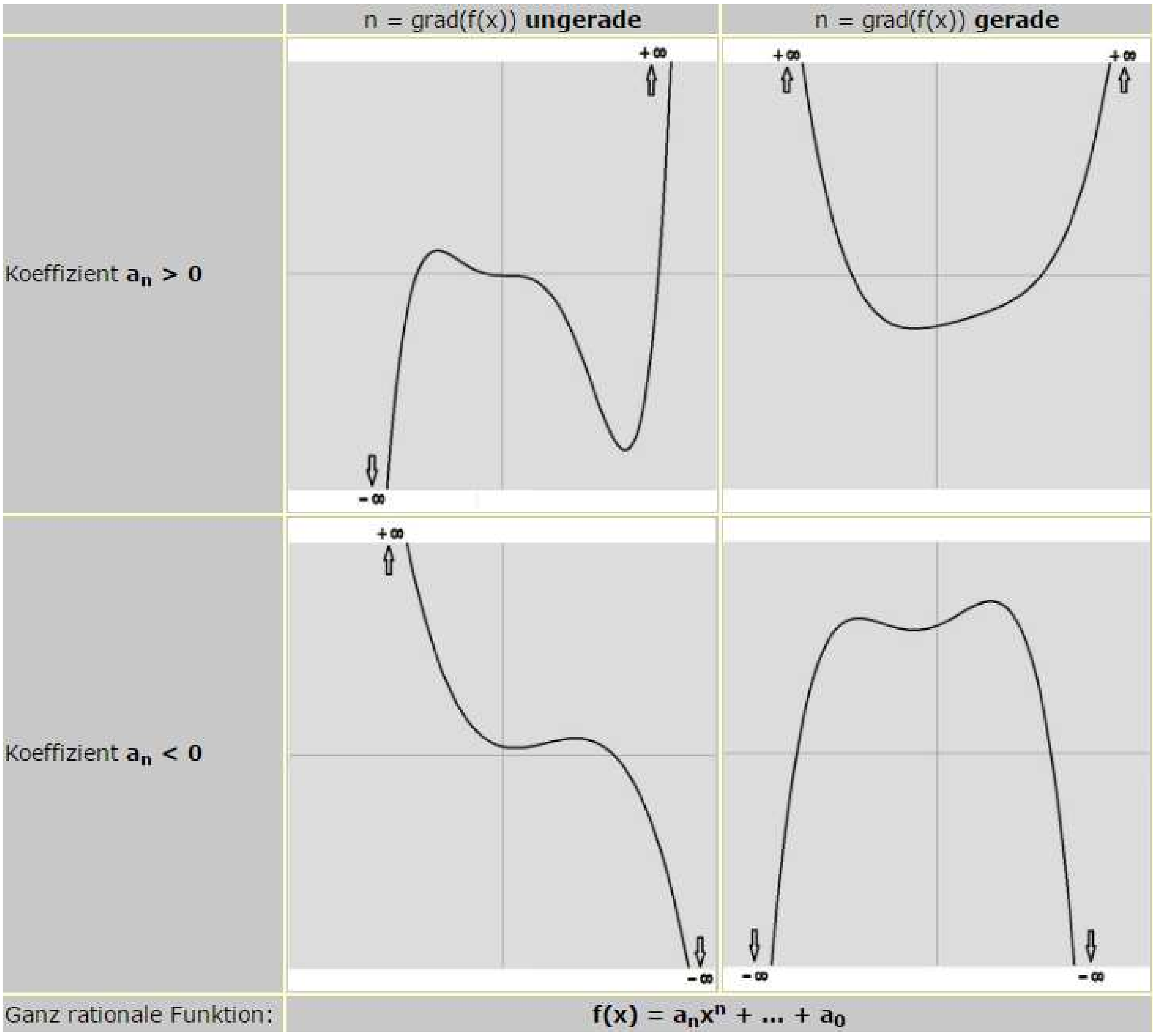
$$f(x) = \frac{1}{2}x(x+3) - 5$$

das Verhalten für x -> -∞ und x -> +∞ her.

Lösung: I. Allgemein ist für eine ganz rationale Funktion (Polynomfunktion) n. Grades mit:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

bei reellen Koeffizienten und ganzzahlig-nichtnegativen Exponenten nur der Summand mit der höchsten Potenz $a_n x^n$ (n = grad(f(x)), $a_n \neq 0$ reell) zu untersuchen, um daraus auf das Verhalten von f(x) für betragsmäßige große Argumente x, d.h. für x-> -∞ bzw. x -> +∞ zu schließen.

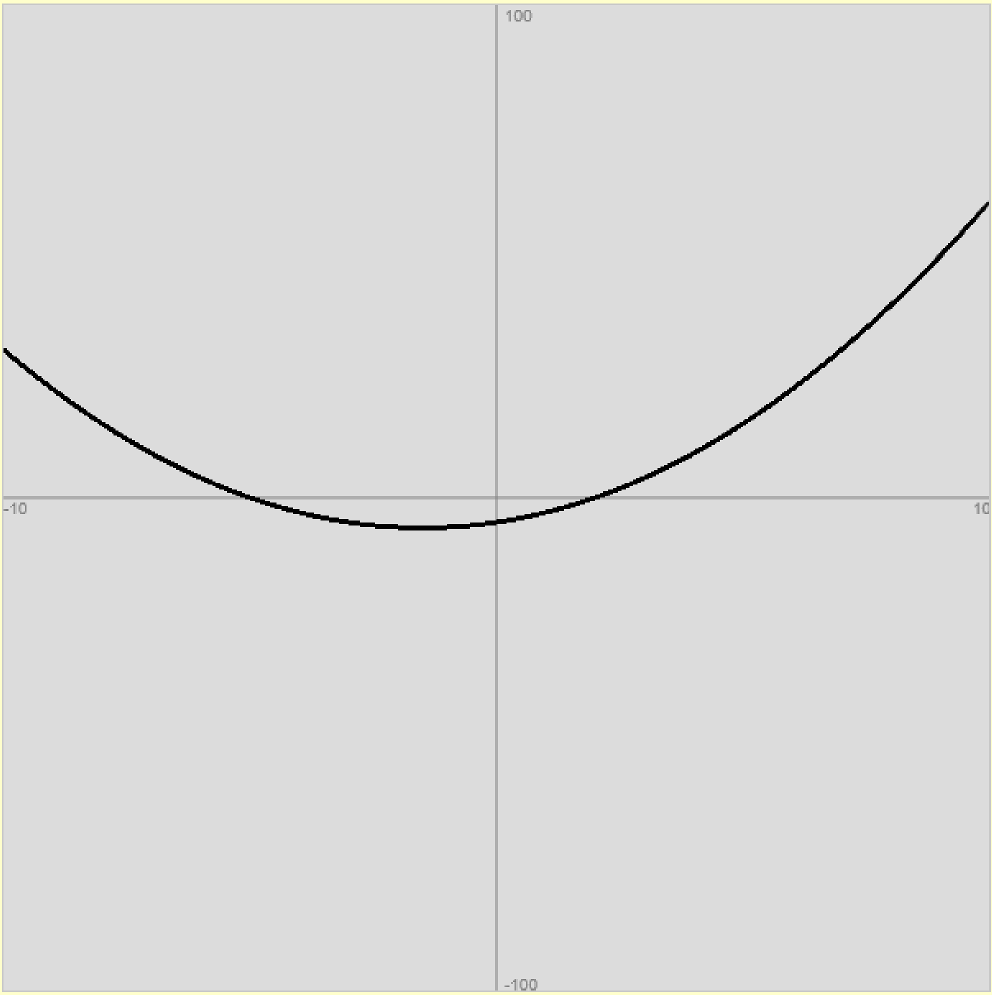


Die ganz rationale Funktion f(x) läuft also immer entweder gegen -∞ oder gegen +∞. Es ergeben sich – auch laut vorstehender grafischer Übersicht – somit die Fälle:

$a_n>0$	n ungerade	n gerade
x->-∞:	f(x) -> -∞	f(x) -> +∞
x->+∞:	f(x) -> +∞	f(x) -> +∞

$a_n<0$	n ungerade	n gerade
x->-∞:	f(x) -> +∞	f(x) -> -∞
x->+∞:	f(x) -> -∞	f(x) -> -∞

II. Der höchste Potenzausdruck der (zunächst umzuformenden) ganz rationalen Funktion $f(x)=\frac{1}{2}x(x+3)-5=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x-5$ ist: $\frac{1}{2}x^2$. Die Potenz x^2 hat eine gerade Hochzahl als Grad der Funktion (grad(f(x)) = 2), der Koeffizient a_2 = 0,5 ist positiv. Somit gilt hinsichtlich des <u>Verhaltens für betragsmäßig große x</u>:

	grad(f(x)) = **2 gerade**
Koeffizient a_2 = **0.5 > 0**	
Verhalten:	**x -> -∞: f(x) -> +∞ | x -> +∞: f(x) -> +∞**
Ganz rationale Funktion:	**f(x) = + 0.5x^2 + 1.5x - 5**

www.michael-buhlmann.de / 11.2016 / Aufgabe 281