

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Ganz rationale Funktionen

Aufgabe: SchlieÙe aus der ganz rationalen Funktionsgleichung:

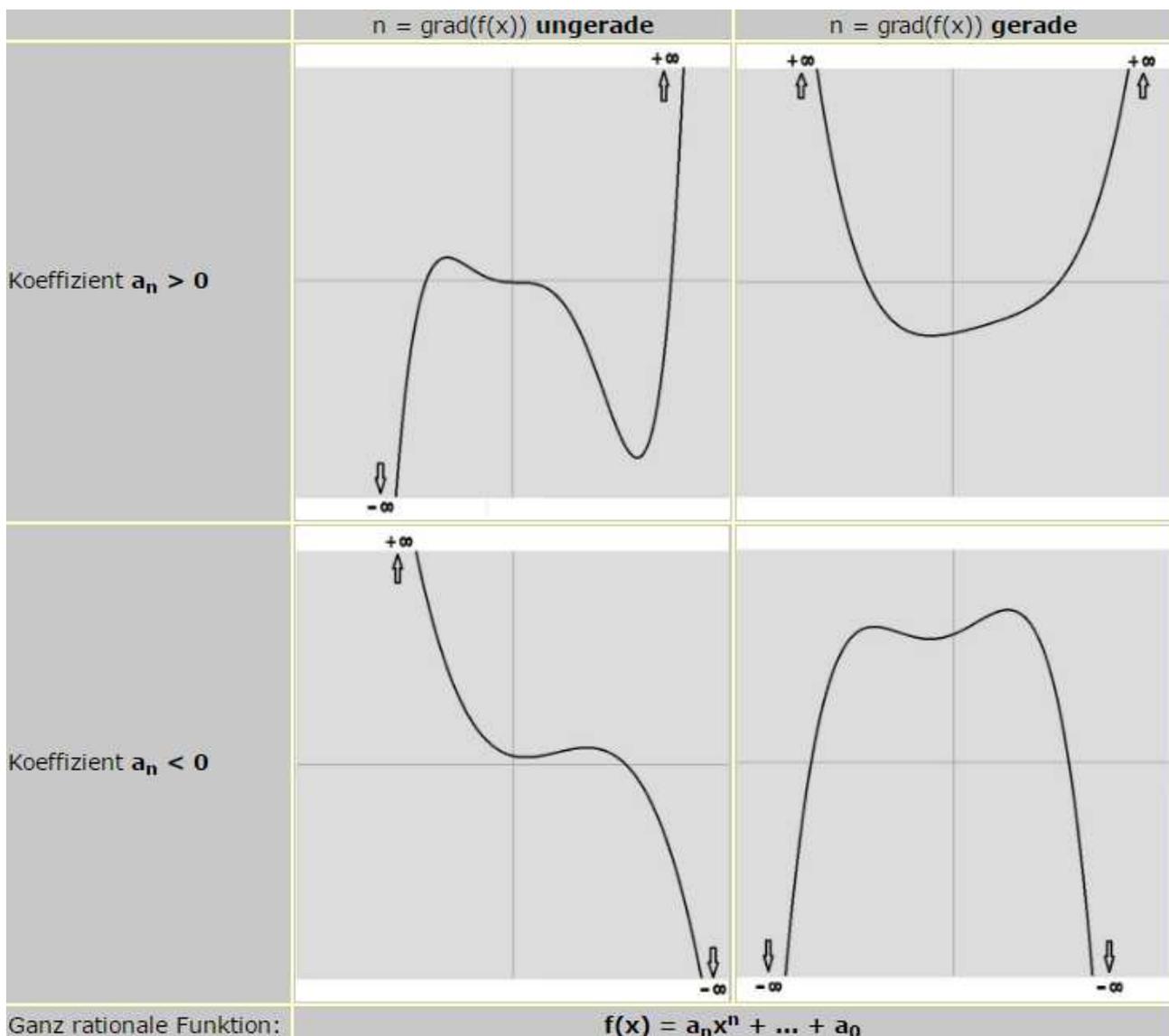
$$f(x) = 2x^2 + 4x(8 - x^2)$$

auf das Verhalten der Funktion für betragsmäßig große x.

Lösung: I. Allgemein ist für eine ganz rationale Funktion (Polynomfunktion) n. Grades mit:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

bei reellen Koeffizienten und ganzzahlig-nichtnegativen Exponenten nur der Summand mit der höchsten Potenz $a_n x^n$ ($n = \text{grad}(f(x))$, $a_n \neq 0$ reell) zu untersuchen, um daraus auf das Verhalten von $f(x)$ für betragsmäßig große Argumente x, d.h. für $x \rightarrow -\infty$ bzw. $x \rightarrow +\infty$ zu schließen.

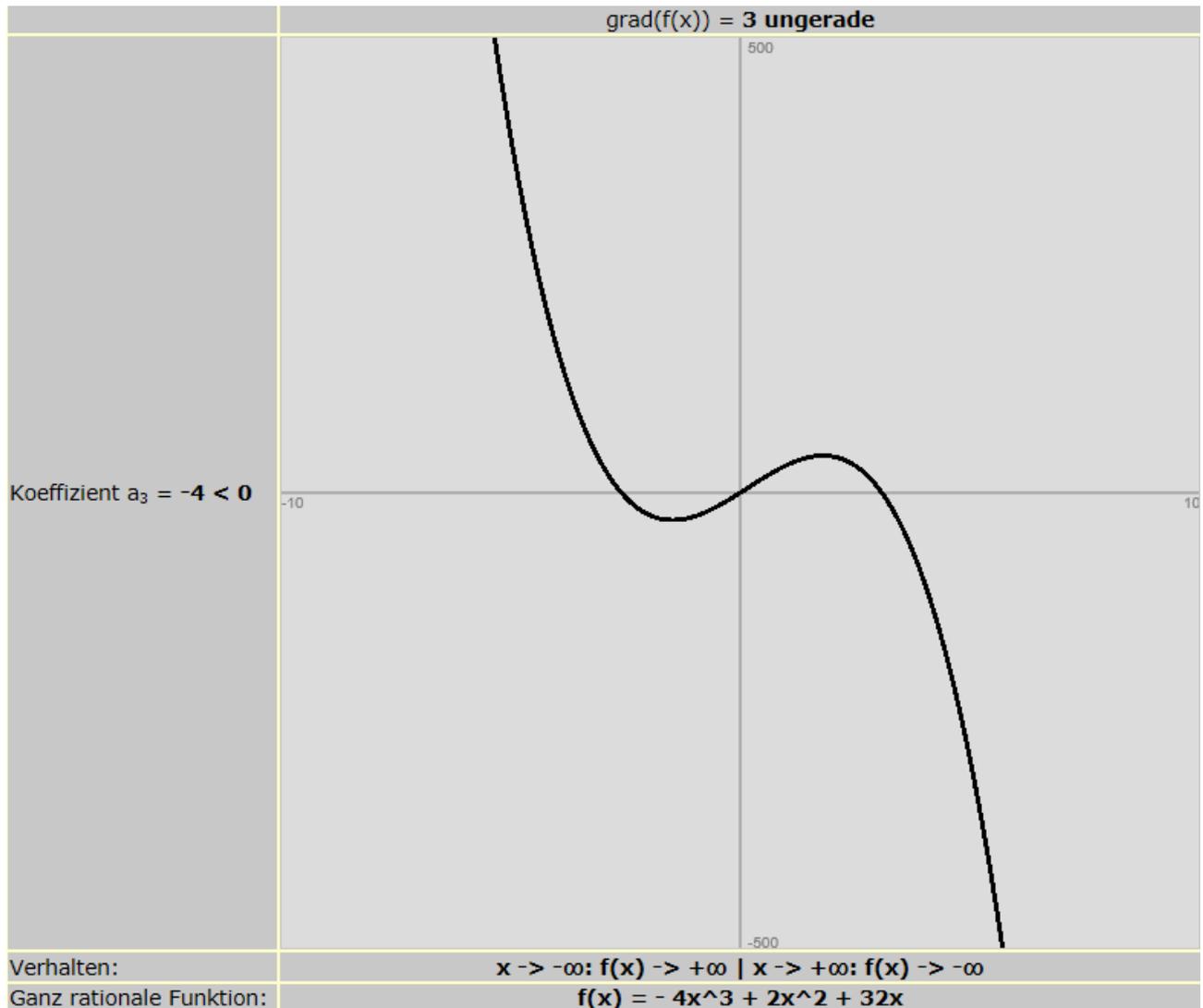


Die ganz rationale Funktion $f(x)$ läuft also immer entweder gegen $-\infty$ oder gegen $+\infty$. Es ergeben sich – auch laut vorstehender grafischer Übersicht – somit die Fälle:

$a_n > 0$	n ungerade	n gerade
$x \rightarrow -\infty$:	$f(x) \rightarrow -\infty$	$f(x) \rightarrow +\infty$
$x \rightarrow +\infty$:	$f(x) \rightarrow +\infty$	$f(x) \rightarrow +\infty$
$a_n < 0$	n ungerade	n gerade
$x \rightarrow -\infty$:	$f(x) \rightarrow +\infty$	$f(x) \rightarrow -\infty$
$x \rightarrow +\infty$:	$f(x) \rightarrow -\infty$	$f(x) \rightarrow -\infty$

II. Der höchste Potenzausdruck der (zunächst umzuformenden) ganz rationalen Funktion

$f(x) = 2x^2 + 4x(8 - x^2) = 2x^2 + 32x - 4x^3 = -4x^3 + 2x^2 + 32x$ ist: $-4x^3$. Die Potenz x^3 hat eine ungerade Hochzahl als Grad der Funktion ($\text{grad}(f(x)) = 3$), der Koeffizient $a_3 = -4$ ist negativ. Somit gilt hinsichtlich des Verhaltens für betragsmäßig große x :



www.michael-buhlmann.de / 11.2016 / Aufgabe 282