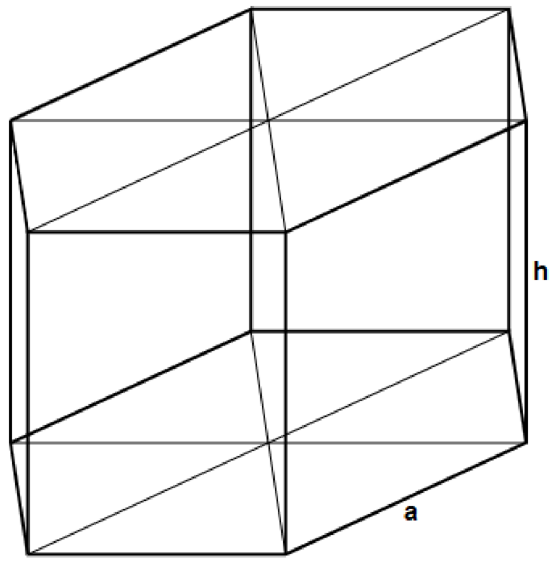
Michael Buhlmann

# Mathematikaufgaben
## > Geometrie/Körperberechnung
## > Prisma

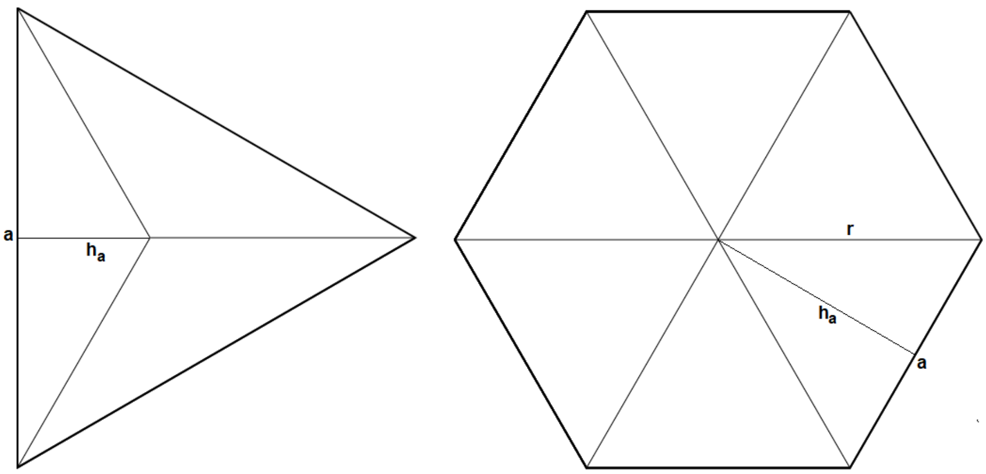
---

**Aufgabe**: Ein regelmäßiges Sechseckprisma besitzt eine Höhe h = 10 cm und ein Volumen V = 1662,8 $cm^3$. Berechne den Oberflächeninhalt O des Prismas.




**Lösung**: I. Ein regelmäßiges Sechseck besteht aus sechs gleichseitigen Dreiecken.

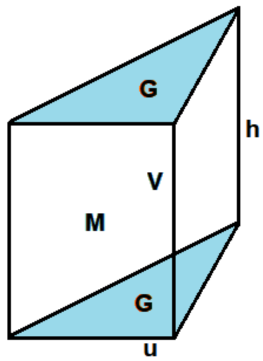
| **Gleichseitiges Dreieck** | | | |
|---|---|---|---|
| Seitenlänge | a | | |
| Umfang, Höhe, Fläche | u = 3a | $h_a = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ | $A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$ |



**Regelmäßiges Sechseck**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Seitenlänge | a | | |
| Umfang, Höhe, Fläche | u = 6a | $h_a = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ | $A = \frac{3}{2}a^2\sqrt{3}$ |
| Vieleckradius | r = a | | |

II. Ein (gerades) Prisma (Winkel zwischen Grundfläche und Prismenhöhe: 90°) ist durch die Größen Grundflächenumfang u, Grundflächeninhalt G und Prismenhöhe h bestimmt. Daraus ergeben sich die Mantelfläche M, die Oberfläche O und das Volumen V des Prismas.




**Prisma**: Umfang u, Grundfläche G, Höhe h

**Prisma**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Umfang, Grundfläche, Prismenhöhe | u | G | h |
| Mantelfläche, Oberfläche | $M = u \cdot h$ | $O = 2G + M$ | |
| Volumen | $V = G \cdot h$ | | |

III. Wir betrachten zunächst die Grundfläche des Prismas und haben auf Grund des Zusammenhangs von Prismenhöhe h = 10 cm und Prismenvolumen V = 1662,8 $cm^3$ den Grundflächeninhalt G des Prismas:

| | |
|---|---|
| V = G·h | (Einsetzen) |
| 1662,8 = G·10 | \| :10 |
| G = 166,28 $cm^2$. | |

IV. Aus dem Grundflächeninhalt G = 166,28 $cm^2$ ergibt sich die Grundkantenlänge a:

| | |
|---|---|
| $G = \frac{3}{2}a^2\sqrt{3}$ | (Einsetzen) |
| $166{,}28 = \frac{3}{2}a^2\sqrt{3}$ | \| :( $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ ) |
| 64 = $a^2$ | \| √ |
| a = 8 cm. | |

V. Der Umfang u des regelmäßigen Grundflächensechsecks beträgt:

u = 6·8 = 48 cm,

so dass für den Mantelflächeninhalt M des Prismas folgt:

M = u·h = 48·10 = 480 $cm^2$.

VI. Der Oberflächeninhalt O des Prismas ergibt sich aus Grundflächen- und Mantelflächeninhalt G = 166,28 $cm^2$ bzw. M = 480 $cm^2$ gemäß:

O = 2G + M = 2·166,28 + 480 = 812,56 $cm^2$.

VII. Damit ist alles errechnet. Der gesuchte Oberflächeninhalt des Prismas beträgt also:

O = 812,6 $cm^2$.

www.michael-buhlmann.de / 09.2023 / Aufgabe 1891