

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$x^2 + 4x = 12 + 3x.$$

1. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $x^2 + px + q = 0$ (*) mit reellen Zahlen p, q genügen. Die Lösung

der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ (p-q-Formel). Um die Lösung

einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die p-q-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$\begin{array}{l} x^2 + 4x = 12 + 3x \\ x^2 + x = 12 \\ x^2 + x - 12 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} | -3x \\ | -12 \\ \text{(p-q-Formel: } p = 1, q = -12) \end{array}$$

$$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - (-12)}$$

$$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{48}{4}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{7}{2}$$

$$x_1 = -\frac{1}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{8}{2} = -4, \quad x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{7}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_1 = -4, x_2 = 3$$

Wir erhalten $x_1 = -4$ und $x_2 = 3$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-4; 3\}$.

2. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen.

Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um

die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$\begin{array}{l} x^2 + 4x = 12 + 3x \\ x^2 + x = 12 \\ x^2 + x - 12 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} | -3x \\ | -12 \\ \text{(a-b-c-Formel: } a = 1, b = 1, c = -12) \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1-7}{2} = \frac{-8}{2} = -4, \quad x_2 = \frac{-1+7}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_1 = -4, \quad x_2 = 3$$

Wir erhalten $x_1 = -4$ und $x_2 = 3$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-4; 3\}$.

www.michael-buhlmann.de / 12.2014 / Aufgabe 82