

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$\frac{1}{2}x^2 + x + 2 = \frac{x}{10}(3x - 4).$$

1. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $x^2 + px + q = 0$ (*) mit reellen Zahlen p, q genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ (p-q-Formel). Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die p-q-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{2}x^2 + x + 2 = \frac{x}{10}(3x - 4) & | \cdot 10 \\ 5x^2 + 10x + 20 = x(3x - 4) & \text{(Ausmultiplizieren)} \\ 5x^2 + 10x + 20 = 3x^2 - 4x & | -3x^2 \\ 2x^2 + 10x + 20 = -4x & | +4x \\ 2x^2 + 14x + 20 = 0 & | :2 \\ x^2 + 7x + 10 = 0 & \text{(p-q-Formel: } p = 7, q = 10) \end{array}$$

$$x_{1,2} = -\frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - 10}$$

$$x_{1,2} = -\frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{7}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$x_1 = -\frac{7}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{10}{2} = -5, \quad x_2 = -\frac{7}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

$$x_1 = -5, \quad x_2 = -2$$

Wir erhalten $x_1 = -5$ und $x_2 = -2$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-5; -2\}$.

2. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen.

Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um

die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es

gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2}x^2 + x + 2 = \frac{x}{10}(3x - 4) \quad | \cdot 10 \\ 5x^2 + 10x + 20 = x(3x - 4) \quad (\text{Ausmultiplizieren}) \\ 5x^2 + 10x + 20 = 3x^2 - 4x \quad | -3x^2 \\ 2x^2 + 10x + 20 = -4x \quad | +4x \\ 2x^2 + 14x + 20 = 0 \quad | :2 \\ x^2 + 7x + 10 = 0 \quad (\text{a-b-c-Formel: } a = 1, b = 7, c = 10) \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{-7-3}{2} = \frac{-10}{2} = -5, \quad x_2 = \frac{-7+3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x_1 = -5, \quad x_2 = -2$$

Wir erhalten $x_1 = -5$ und $x_2 = -2$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-5; -2\}$.

www.michael-buhlmann.de / 12.2014 / Aufgabe 83