Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Algebra
> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

(x+2)(x+3) = (3x-1)(7x-1).

1. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x, die folgende <u>Vorgehensweise</u>: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x, die der Form $x^2 + px + q = 0$ (*) mit reellen Zahlen p, q genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ (p-q-Formel). Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die p-q-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

(x+2)(x+3) = (3x-1)(7x-1)	(Ausmultiplizieren)
$x^2+3x+2x+6 = 21x^2-3x-7x+1$	(Zusammenfassen)
$x^2 + 5x + 6 = 21x^2 - 10x + 1$	$\mid -x^2$
$5x + 6 = 20x^2 – 10x + 1$	$\mid -5x$
$6 = 20x^2 – 15x + 1$	$\mid -6$
$0 = 20x^2 – 15x – 5$	$\mid : 20$
$x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{1}{4} = 0$	(p-q-Formel: p = -0,75, q = -0,25)

$$x_{1,2} = \frac{3}{8} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{8} \pm \sqrt{\frac{9}{64} + \frac{16}{64}}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{8} \pm \sqrt{\frac{25}{64}}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{8} \pm \frac{5}{8}$$

$$x_1 = \frac{3}{8} - \frac{5}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}, \quad x_2 = \frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$x_1 = -0,25$, $x_2 = 1$

Wir erhalten $x_1 = -0,25$ und $x_2 = 1$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: L = {-0,25; 1}.

2. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x, die folgende <u>Vorgehensweise</u>: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x, die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen a, b, c, a≠0, genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$(x+2)(x+3) = (3x-1)(7x-1)$	(Ausmultiplizieren)
$x^2+3x+2x+6 = 21x^2-3x-7x+1$	(Zusammenfassen)
$x^2 + 5x + 6 = 21x^2 - 10x + 1$	$\mid -x^2$
$5x +6 = 20x^2 – 10x +1$	$\mid -5x$
$6 = 20x^2 – 15x + 1$	$\mid -6$
$0 = 20x^2 – 15x – 5$	$\mid :5$
$4x^2 – 3x – 1 = 0$	(a-b-c-Formel: a = 4, b = -3, c = -1)

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1)}}{2 \cdot 4}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{8}$$

$$x_1 = \frac{3-5}{8} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4},\ x_2 = \frac{3+5}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$x_1 = -0{,}25$, $x_2 = 1$

Wir erhalten $x_1 = -0{,}25$ und $x_2 = 1$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: L = {-0,25; 1}.

www.michael-buhlmann.de / 12.2014 / Aufgabe 84