

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$4x(x-2) - 8 = 4(x+2).$$

1. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $x^2 + px + q = 0$ (*) mit reellen Zahlen p, q genügen. Die Lösung

der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ (p-q-Formel). Um die Lösung

einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die p-q-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$\begin{array}{ll} 4x(x-2) - 8 = 4(x+2) & \text{(Ausmultiplizieren)} \\ 4x^2 - 8x - 8 = 4x + 8 & | -4x \\ 4x^2 - 12x - 8 = 8 & | -8 \\ 4x^2 - 12x - 16 = 0 & | :4 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 & \text{(p-q-Formel: } p = -3, q = -4) \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 4}$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$x_1 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -\frac{2}{2} = -1, \quad x_2 = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 4$$

Wir erhalten $x_1 = -1$ und $x_2 = 4$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-1; 4\}$.

2. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen.

Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um

die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$\begin{array}{ll} 4x(x-2) - 8 = 4(x+2) & \text{(Ausmultiplizieren)} \\ 4x^2 - 8x - 8 = 4x + 8 & | -4x \\ 4x^2 - 12x - 8 = 8 & | -8 \\ 4x^2 - 12x - 16 = 0 & | :4 \end{array}$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

(a-b-c-Formel: a = 1, b = -3, c = -4)

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1, \quad x_2 = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 4$$

Wir erhalten $x_1 = -1$ und $x_2 = 4$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-1; 4\}$.

www.michael-buhlmann.de / 12.2014 / Aufgabe 85