

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$x^2 + 5x - 24 = 0.$$

1. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $x^2 + px + q = 0$ (*) mit reellen Zahlen p, q genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ (p-q-Formel). Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die p-q-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$x^2 + 5x - 24 = 0 \quad (\text{p-q-Formel: } p = 5, q = -24)$$

$$x_{1,2} = -2,5 \pm \sqrt{2,5^2 - (-24)}$$

$$x_{1,2} = -2,5 \pm \sqrt{6,25 + 24}$$

$$x_{1,2} = -2,5 \pm \sqrt{30,25}$$

$$x_{1,2} = -2,5 \pm 5,5$$

$$x_1 = -2,5 - 5,5 = -8, \quad x_2 = -2,5 + 5,5 = 3$$

$$x_1 = -8, \quad x_2 = 3$$

Wir erhalten $x_1 = -8$ und $x_2 = 3$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-8; 3\}$.

2. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen.

Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um

die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungs-umformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$x^2 + 5x - 24 = 0 \quad (\text{a-b-c-Formel: } a = 1, b = 5, c = -24)$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 96}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 11}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 - 11}{2} = \frac{-16}{2} = -8, \quad x_2 = \frac{-5 + 11}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_1 = -8, \quad x_2 = 3$$

Wir erhalten $x_1 = -8$ und $x_2 = 3$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-8; 3\}$.