

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$x^2 - 20x + 64 = 0.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die

Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die

Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$x^2 - 20x + 64 = 0 \quad (\text{a-b-c-Formel: } a = 1, b = -20, c = 64)$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64}}{2 \cdot 1} \quad (\text{Ausrechnen})$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{144}}{2} \quad (\text{Wurzel ziehen})$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm 12}{2} \quad (\text{Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = \frac{20 + 12}{2} = \frac{32}{2} = 16, \quad x_2 = \frac{20 - 12}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_1 = 16, x_2 = 4$$

Wir erhalten $x_1 = 16$ und $x_2 = 4$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{4; 16\}$.