

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$-5x^2 + 23x + 28 = 0.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die

Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die

Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$-5x^2 + 23x + 28 = 0 \quad (\text{a-b-c-Formel: } a = -5, b = 23, c = 28)$$

$$x_{1,2} = \frac{-23 \pm \sqrt{23^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 28}}{2 \cdot (-5)} \quad (\text{Ausrechnen})$$

$$x_{1,2} = \frac{-23 \pm \sqrt{1089}}{-10} \quad (\text{Wurzel ziehen})$$

$$x_{1,2} = \frac{-23 \pm 33}{-10} \quad (\text{Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = \frac{-23 + 33}{-10} = \frac{10}{-10} = -1, \quad x_2 = \frac{-23 - 33}{-10} = \frac{-56}{-10} = 5,6$$

$$x_1 = -1, x_2 = 5,6$$

Wir erhalten $x_1 = -1$ und $x_2 = 5,6$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-1; 5,6\}$.