

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$\frac{1}{6}x^2 - x + \frac{3}{2} = 0.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die

Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die

Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor, wobei wir zur Vermeidung von Brüchen zunächst die Gleichung mit dem Hauptnenner multiplizieren:

$$\frac{1}{6}x^2 - x + \frac{3}{2} = 0$$

| ·6

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

(a-b-c-Formel: $a = 1, b = -6, c = 9$)

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1}$$

(Ausrechnen)

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2}$$

(Wurzel ziehen)

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 0}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Wir erhalten als einzige Lösung $x = 3$; Lösungsmenge ist also: $L = \{3\}$.