

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = 0.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die

Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die

Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor, wobei wir zur Vermeidung von Brüchen zunächst die Gleichung mit dem Hauptnenner multiplizieren:

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = 0$$

| · 12

$$6x^2 + 4x + 3 = 0$$

(a-b-c-Formel: $a = 6, b = 4, c = 3$)

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 6 \cdot 3}}{2 \cdot 6}$$

(Ausrechnen)

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-56}}{12}$$

Unter der Quadratwurzel steht in der a-b-c-Formel eine negative Zahl; wir erhalten damit keine (reelle) Lösung der quadratischen Gleichung; Lösungsmenge ist also: $L = \{\}$.