

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$x^2 + 11x = 26.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die

Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die

Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor, wobei wir zunächst die Gleichung in die Form $ax^2 + bx + c = 0$ bringen:

$$\begin{array}{l} x^2 + 11x = 26 \\ x^2 + 11x - 26 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} | -26 \\ \text{(a-b-c-Formel: } a = 1, b = 11, c = -26) \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-26)}}{2 \cdot 1} \quad \text{(Ausrechnen)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{225}}{2} \quad \text{(Wurzel ziehen)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm 15}{2} \quad \text{(Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = \frac{-11 + 15}{2} = \frac{4}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{-11 - 15}{2} = \frac{-26}{2} = -13$$

$$x_1 = 2, x_2 = -13$$

Wir erhalten $x_1 = 2$ und $x_2 = -13$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-13; 2\}$.