

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$3x = 2x^2 - 9.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die

Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die

Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor, wobei wir zunächst die Gleichung in die Form $ax^2 + bx + c = 0$ bringen:

$$\begin{array}{l} 3x = 2x^2 - 9 \\ 0 = 2x^2 - 3x - 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} | -3x \\ \text{(a-b-c-Formel: } a = 2, b = -3, c = -9) \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9)}}{2 \cdot 2} \quad \text{(Ausrechnen)}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{4} \quad \text{(Wurzel ziehen)}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 9}{4} \quad \text{(Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = \frac{3+9}{4} = \frac{12}{4} = 3, \quad x_2 = \frac{3-9}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2} = -1,5$$

$$x_1 = 3, x_2 = -1,5$$

Wir erhalten $x_1 = 3$ und $x_2 = -1,5$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-1,5; 3\}$.