

# Mathematikaufgaben

## > Algebra

## > Quadratische Gleichungen

---

**Aufgabe:** Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$x^2 = 5x + 24.$$

**Lösung:** I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen  $x$ , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen  $x$ , die der Form  $ax^2 + bx + c = 0$  (\*) mit reellen Zahlen  $a, b, c, a \neq 0$ , genügen. Die

Lösung der quadratischen Gleichung (\*) ist dann:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  (a-b-c-Formel). Um die

Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (\*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor, wobei wir zunächst die Gleichung in die Form  $ax^2 + bx + c = 0$  bringen:

$$\begin{array}{l} x^2 = 5x + 24 \\ x^2 - 5x = 24 \\ x^2 - 5x - 24 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} | -5x \\ | -24 \\ \text{(a-b-c-Formel: } a = 1, b = -35, c = -24) \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} \quad \text{(Ausrechnen)}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{2} \quad \text{(Wurzel ziehen)}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 11}{2} \quad \text{(Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = \frac{5+11}{2} = \frac{16}{2} = 8, \quad x_2 = \frac{5-11}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$x_1 = 8, \quad x_2 = -3$$

Wir erhalten  $x_1 = 8$  und  $x_2 = -3$  als Lösungen; Lösungsmenge ist also:  $L = \{-3; 8\}$ .