

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$\frac{x^2 - 19}{3} = \frac{2}{5}x.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die

Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die

Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor, wobei wir zunächst die Gleichung in die Form $ax^2 + bx + c = 0$ bringen:

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 19}{3} &= \frac{2}{5}x && | \cdot 15 \\ 5(x^2 - 19) &= 6x && \text{(Klammern auflösen)} \\ 5x^2 - 95 &= 6x && | -6x \\ 5x^2 - 6x - 95 &= 0 && \text{(a-b-c-Formel: } a = 5, b = -6, c = -95) \\ x_{1,2} &= \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-95)}}{2 \cdot 5} && \text{(Ausrechnen)} \\ x_{1,2} &= \frac{6 \pm \sqrt{1936}}{10} && \text{(Wurzel ziehen)} \\ x_{1,2} &= \frac{6 \pm 44}{10} && \text{(Lösungen } x_1, x_2) \\ x_1 &= \frac{6 + 44}{10} = \frac{50}{10} = 5, \quad x_2 = \frac{6 - 44}{10} = \frac{-38}{10} = -3,8 \\ x_1 &= 5, \quad x_2 = -3,8 \end{aligned}$$

Wir erhalten $x_1 = 5$ und $x_2 = -3,8$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-3,8; 5\}$.