

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$8x = -4 - 3x^2.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die

Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die

Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor, wobei wir zunächst die Gleichung in die Form $ax^2 + bx + c = 0$ bringen:

$$\begin{array}{l} 8x = -4 - 3x^2 \\ 3x^2 + 8x = -4 \\ 3x^2 + 8x + 4 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} | +3x^2 \\ | +4 \\ \text{(a-b-c-Formel: } a = 3, b = 8, c = 4) \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4}}{2 \cdot 3} \quad \text{(Ausrechnen)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{6} \quad \text{(Wurzel ziehen)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 4}{6} \quad \text{(Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = \frac{-8 + 4}{6} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{-8 - 4}{6} = \frac{-12}{6} = -2$$

$$x_1 = -\frac{2}{3}, \quad x_2 = -2$$

Wir erhalten $x_1 = -\frac{2}{3}$ und $x_2 = -2$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-2; -\frac{2}{3}\}$.