

# Mathematikaufgaben

## > Algebra

## > Quadratische Gleichungen

**Aufgabe:** Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$2x^2 - 9x = 5.$$

**1. Lösung:** I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen  $x$ , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen  $x$ , die der Form  $x^2 + bx + c = 0$  (\*) mit reellen Zahlen  $b, c$  genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (\*) ist dann:  $x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$  (b-c-Formel). Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (\*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der b-c-Formel noch Gleichungsumformungen vorangehen lassen:

II. Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der b-c-Formel noch Gleichungsumformungen vorangehen lassen:

II. Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der b-c-Formel noch Gleichungsumformungen vorangehen lassen:

$$\begin{array}{ll} 2x^2 - 9x = 5 & | -5 \\ 2x^2 - 9x - 5 = 0 & | :2 \\ x^2 - 4,5x - 2,5 = 0 & \text{(b-c-Formel: } b = -4,5, c = -2,5) \end{array}$$

$$x_{1,2} = +\frac{4,5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4,5}{2}\right)^2 + 2,5} \quad \text{(Ausrechnen)}$$

$$x_{1,2} = 2,25 \pm \sqrt{2,25^2 + 2,5}$$

$$x_{1,2} = 2,25 \pm \sqrt{7,5625} \quad \text{(Wurzel ziehen)}$$

$$x_{1,2} = 2,25 \pm 2,75 \quad \text{(Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = 2,25 + 2,75 = 5, \quad x_2 = 2,25 - 2,75 = -0,5$$

Wir erhalten  $x_1 = 5$  und  $x_2 = -0,5$  als Lösungen; Lösungsmenge ist also:  $L = \{-0,5; 5\}$ .

**2. Lösung:** I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen  $x$ , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen  $x$ , die der Form  $ax^2 + bx + c = 0$  (\*) mit reellen Zahlen  $a, b, c, a \neq 0$ , genügen.

Die Lösung der quadratischen Gleichung (\*) ist dann:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  (a-b-c-Formel). Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (\*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der b-c-Formel noch eine Gleichungsumformung vorangehen lassen:

II. Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der b-c-Formel noch eine Gleichungsumformung vorangehen lassen:

$$\begin{array}{ll} 2x^2 - 9x = 5 & | -5 \\ 2x^2 - 9x - 5 = 0 & \text{(a-b-c-Formel: } a = 2, b = -9, c = -5) \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{2 \cdot 2} \quad (\text{Ausrechnen})$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{4} \quad (\text{Wurzel ziehen})$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm 11}{4} \quad (\text{Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = \frac{9+11}{4} = \frac{20}{4} = 5, \quad x_2 = \frac{9-11}{4} = -\frac{2}{4} = -0,5$$

$$x_1 = 5, \quad x_2 = -0,5$$

Wir erhalten  $x_1 = 5$  und  $x_2 = -0,5$  als Lösungen; Lösungsmenge ist also:  $L = \{-0,5; 5\}$ .

[www.michael-buhlmann.de](http://www.michael-buhlmann.de) / 11.2020 / Aufgabe 1160