

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung(en) der quadratischen Gleichung:

$$5x^2 - 3x - 2 = 0.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die

Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die

Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der b-c-Formel noch eine Gleichungsumformung vorangehen lassen:

$$5x^2 - 3x - 2 = 0 \quad (\text{a-b-c-Formel: } a = 5, b = -3, c = -2)$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5} \quad (\text{Ausrechnen})$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{10} \quad (\text{Ausrechnen})$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{10} \quad (\text{Wurzel ziehen})$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 7}{10} \quad (\text{Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = \frac{3+7}{10} = \frac{10}{10} = 1, \quad x_2 = \frac{3-7}{10} = \frac{-4}{10} = -\frac{2}{5}$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = -\frac{2}{5}$$

Wir erhalten $x_1 = 1$ und $x_2 = -\frac{2}{5}$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-\frac{2}{5}; 1\}$.