

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung(en) der quadratischen Gleichung:

$$3x^2 + 11x + 8 = 0.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die

Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die

Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der b-c-Formel noch eine Gleichungsumformung vorangehen lassen:

$$3x^2 + 11x + 8 = 0 \quad (\text{a-b-c-Formel: } a = 3, b = 11, c = 8)$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 3 \cdot 8}}{2 \cdot 3} \quad (\text{Ausrechnen})$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 96}}{6} \quad (\text{Ausrechnen})$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{25}}{6} \quad (\text{Wurzel ziehen})$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm 5}{6} \quad (\text{Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = \frac{-11+5}{6} = \frac{-6}{6} = -1, \quad x_2 = \frac{-11-5}{6} = \frac{-16}{6} = -\frac{8}{3}$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = -\frac{8}{3}$$

Wir erhalten $x_1 = -1$ und $x_2 = -\frac{8}{3}$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-\frac{8}{3}; -1\}$.