

Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Löse die folgende quadratische Gleichung:

$$7x^2 + 4.5x + \frac{1}{2} = 0.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (*)$$

mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann zu berechnen vermöge:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{a-b-c-Formel}).$$

Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind eventuell zuvor Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen unter Verwendung der a-b-c-Formel wie folgt vor:

$$7x^2 + 4.5x + \frac{1}{2} = 0$$

| · 2

$$14x^2 + 9x + 1 = 0$$

(a-b-c-Formel: $a = 14, b = 9, c = 1$)

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 14 \cdot 1}}{2 \cdot 14} = \frac{-9 \pm \sqrt{25}}{28} = \frac{-9 \pm 5}{28}$$

$$x_1 = \frac{-9-5}{28} = \frac{-14}{28} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-9+5}{28} = \frac{-4}{28} = -\frac{1}{7}$$

$$\rightarrow \text{Lösungsmenge } L = \left\{ -\frac{1}{2}; -\frac{1}{7} \right\}$$

Damit ist die quadratische Gleichung gelöst; Lösungen sind: $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = -\frac{1}{7}$.