

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Löse die folgende quadratische Gleichung:

$$\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = 5.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (*)$$

mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann zu berechnen vermöge:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{a-b-c-Formel}).$$

Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind eventuell zuvor Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen unter Verwendung der a-b-c-Formel wie folgt vor:

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 &= 5 && | \cdot 6 \\ x^2 + 3x + 12 &= 30 && | -30 \\ x^2 + 3x - 18 &= 0 && (\text{a-b-c-Formel: } a = 1, b = 3, c = -18) \\ x_{1,2} &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-3 \pm 9}{2} \\ x_1 &= \frac{-3 - 9}{2} = \frac{-12}{2} = -6 \\ x_2 &= \frac{-3 + 9}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

-> Lösungsmenge $L = \{-6; 3\}$

Damit ist die quadratische Gleichung gelöst; Lösungen sind: $x_1 = -6; x_2 = 3$.