

Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Löse die folgende quadratische Gleichung:

$$\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3 = \frac{1}{4}x^2 + 2.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (*)$$

mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann zu berechnen vermöge:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{a-b-c-Formel}).$$

Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind eventuell zuvor Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen unter Verwendung der a-b-c-Formel wie folgt vor:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 + 2x - 3 &= \frac{1}{4}x^2 + 2 && | \cdot 4 \\ 2x^2 + 8x - 12 &= x^2 + 8 && | -x^2 \\ x^2 + 8x - 12 &= 8 && | -8 \\ x^2 + 8x - 20 &= 0 && (\text{a-b-c-Formel: } a = 1, b = 8, c = -20) \\ x_{1,2} &= \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2 \cdot 1} = \frac{-8 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{-8 \pm 12}{2} \\ x_1 &= \frac{-8 - 12}{2} = \frac{-20}{2} = -10 \\ x_2 &= \frac{-8 + 12}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}$$

-> Lösungsmenge $L = \{-10; 2\}$

Damit ist die quadratische Gleichung gelöst; Lösungen sind: $x_1 = -10$; $x_2 = 2$.