

Mathematikaufgaben

> Operations Research

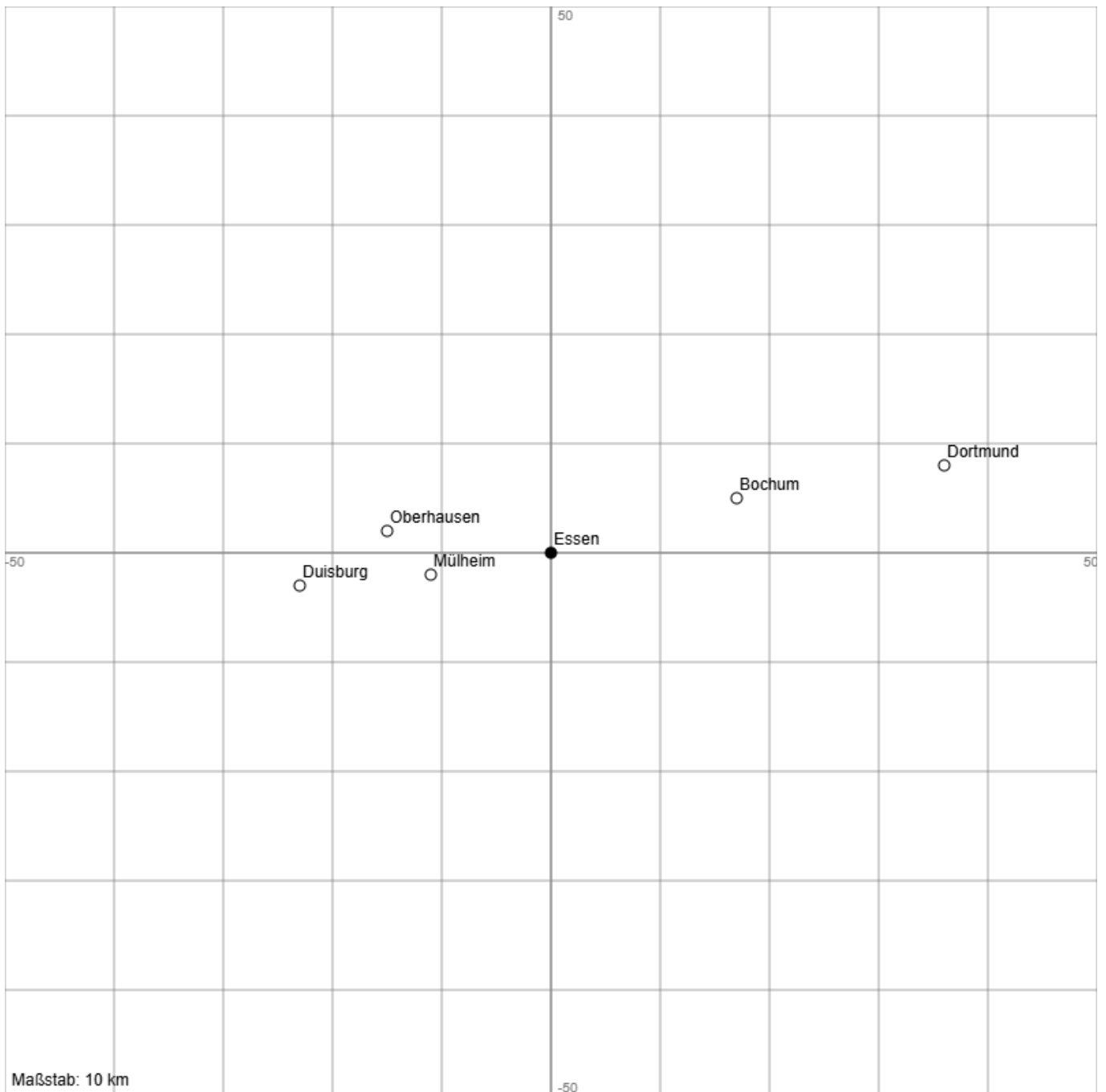
> Rundreiseproblem

Aufgabe: Auf einer Rundreise von und nach Essen (0|0) sollen die folgenden 5 Orte besucht werden: Bochum (17|5), Dortmund (36|8), Duisburg (-23|-3), Mülheim (-11|-2), Oberhausen (-15|2) (x-y-Koordinaten im Kilometer [km]). Ermittle die kürzeste Route der Rundreise.

Lösung: I. Orte und (Karten-) Koordinaten der Rundreise sind:

Orte	x-Koordinate (km)	y-Koordinate (km)
Essen	0	0
Bochum	17	5
Dortmund	36	8
Duisburg	-23	-3
Mülheim	-11	-2
Oberhausen	-15	2

II. Es ergibt sich daraus die folgende Karte:



III. Aus Koordinaten und Karte folgt die nachstehende Entfernungstabelle zwischen den einzelnen Orten:

Orte	Essen	Bochum	Dortmund	Duisburg	Mülheim	Oberhausen
Essen	0	17.72	36.88	23.19	11.18	15.13
Bochum	17.72	0	19.24	40.79	28.86	32.14
Dortmund	36.88	19.24	0	60.02	48.05	51.35
Duisburg	23.19	40.79	60.02	0	12.04	9.43
Mülheim	11.18	28.86	48.05	12.04	0	5.66
Oberhausen	15.13	32.14	51.35	9.43	5.66	0
	Entfernungen (km)					

IV. Nun werden alle möglichen $(6-1)! = 5! = 120$ Routen (als Permutationen der Orte, die nicht der Anfangs-/Endort der Rundreise sind) zusammengestellt, und die jeweilige Routenlänge als Summe der Entfernungen zwischen je zwei Orten wird errechnet:

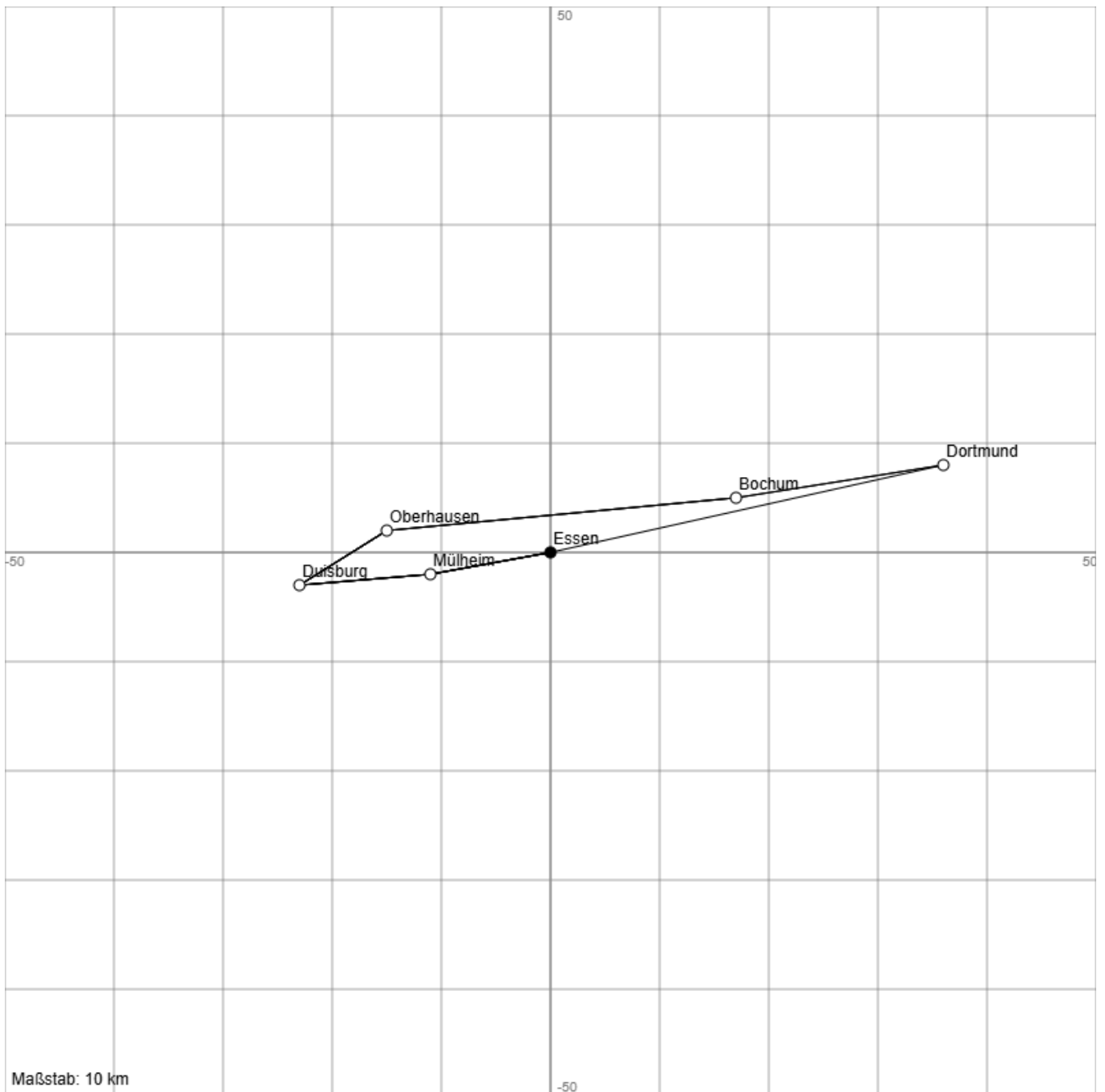
Route	Rundreise	Routenlänge (km)
#1	Essen - 17.72 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	129.81 km
#2	Essen - 17.72 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 5.66 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	123.25 km
#3	Essen - 17.72 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	120.96 km
#4	Essen - 17.72 km - Bochum - 32.14 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	184.45 km
#5	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	149.75 km
#6	Essen - 17.72 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	121.61 km
#7	Essen - 17.72 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	123.29 km
#8	Essen - 17.72 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 5.66 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	129.2 km
#9	Essen - 17.72 km - Bochum - 32.14 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	184.49 km
#10	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	149.79 km
#11	Essen - 17.72 km - Bochum - 28.86 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	179.21 km
#12	Essen - 17.72 km - Bochum - 28.86 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	178.6 km
#13	Essen - 17.72 km - Bochum - 28.86 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	186.8 km
#14	Essen - 17.72 km - Bochum - 32.14 km - Oberhausen - 5.66 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	186.78 km
#15	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 28.86 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	207.39 km
#16	Essen - 11.18 km - Mülheim - 28.86 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	143.86 km
#17	Essen - 11.18 km - Mülheim - 28.86 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	143.25 km
#18	Essen - 11.18 km - Mülheim - 28.86 km - Bochum - 32.14 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	206.74 km
#19	Essen - 11.18 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	151.43 km
#20	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 5.66 km - Mülheim - 28.86 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 60.02 km - Duisburg - 23.19 km - Essen	152.1 km
#21	Essen - 17.72 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	187.37 km
#22	Essen - 17.72 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 5.66 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	186.72 km
#23	Essen - 17.72 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	178.52 km
#24	Essen - 17.72 km - Bochum - 32.14 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	178.54 km
#25	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	207.31 km
#26	Essen - 17.72 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	185.08 km
#27	Essen - 17.72 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	164.44 km
#28	Essen - 17.72 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 5.66 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	158.53 km
#29	Essen - 17.72 km - Bochum - 32.14 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	156.26 km
#30	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	185.03 km
#31	Essen - 17.72 km - Bochum - 28.86 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	185.12 km
#32	Essen - 17.72 km - Bochum - 28.86 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	156.28 km
#33	Essen - 17.72 km - Bochum - 28.86 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	158.57 km
#34	Essen - 17.72 km - Bochum - 32.14 km - Oberhausen - 5.66 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	164.46 km
#35	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 28.86 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	185.07 km
#36	Essen - 11.18 km - Mülheim - 28.86 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	207.33 km
#37	Essen - 11.18 km - Mülheim - 28.86 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	178.49 km
#38	Essen - 11.18 km - Mülheim - 28.86 km - Bochum - 32.14 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	178.51 km
#39	Essen - 11.18 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	186.67 km
#40	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 5.66 km - Mülheim - 28.86 km - Bochum - 40.79 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	187.34 km
#41	Essen - 23.19 km - Duisburg - 40.79 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	152.06 km
#42	Essen - 23.19 km - Duisburg - 40.79 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 5.66 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	151.41 km
#43	Essen - 23.19 km - Duisburg - 40.79 km - Bochum - 32.14 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	206.7 km
#44	Essen - 23.19 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	143.23 km
#45	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 40.79 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 11.18 km - Essen	143.82 km
#46	Essen - 23.19 km - Duisburg - 40.79 km - Bochum - 28.86 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	207.37 km
#47	Essen - 23.19 km - Duisburg - 40.79 km - Bochum - 28.86 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	186.73 km

#109	Essen - 23.19 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 28.86 km - Bochum - 17.72 km - Essen	178.6 km
#110	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 48.05 km - Mülheim - 28.86 km - Bochum - 17.72 km - Essen	179.21 km
#111	Essen - 23.19 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 19.24 km - Bochum - 32.14 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	149.79 km
#112	Essen - 23.19 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 17.72 km - Essen	184.49 km
#113	Essen - 23.19 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 19.24 km - Bochum - 17.72 km - Essen	129.2 km
#114	Essen - 23.19 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 5.66 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 19.24 km - Bochum - 17.72 km - Essen	123.29 km
#115	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 12.04 km - Mülheim - 48.05 km - Dortmund - 19.24 km - Bochum - 17.72 km - Essen	121.61 km
#116	Essen - 11.18 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 19.24 km - Bochum - 32.14 km - Oberhausen - 15.13 km - Essen	149.75 km
#117	Essen - 11.18 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 51.35 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 17.72 km - Essen	184.45 km
#118	Essen - 11.18 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 51.35 km - Dortmund - 19.24 km - Bochum - 17.72 km - Essen	120.96 km
#119	Essen - 11.18 km - Mülheim - 5.66 km - Oberhausen - 9.43 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 19.24 km - Bochum - 17.72 km - Essen	123.25 km
#120	Essen - 15.13 km - Oberhausen - 5.66 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 60.02 km - Dortmund - 19.24 km - Bochum - 17.72 km - Essen	129.81 km

V. Der Vergleich der Routenlängen in der obigen Tabelle führt dann auf eine kürzeste Route der Rundreise:

#58	Essen - 11.18 km - Mülheim - 12.04 km - Duisburg - 9.43 km - Oberhausen - 32.14 km - Bochum - 19.24 km - Dortmund - 36.88 km - Essen	120.91 km
-----	--	-----------

auch in grafischer Darstellung:



Damit ist die kürzeste Route der Rundreise ermittelt.