

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Schnittpunkte

Aufgabe: Berechne die Schnittpunkte zwischen der Parabel $f(x) = x^2 - 5x + 4$ und der Geraden $g(x) = -2x + 4$.

Lösung: I. Allgemein gilt: Die Schnittpunktberechnung geschieht über das Gleichsetzen der Funktionen: $f(x) = g(x)$ (*) und das Auflösen der Gleichung (*) nach der Variablen x . Sind x_1, \dots somit die Lösungen der Gleichung (*), so ist durch Einsetzen des x -Wertes x_1, \dots in einen (den leichter errechenbaren) Funktionsterm $f(x)$ oder $g(x)$ der y -Wert $f(x_1) = g(x_1) = y_1, \dots$ des Schnittpunkts zu ermitteln, so dass sich als Schnittpunkt $P_1(x_1|y_1), \dots$ ergibt.

II. Wir berechnen durch Gleichungsumformung die x -Koordinaten der zu suchenden Schnittpunkte:

$$\begin{array}{ll} f(x) = g(x) & \\ x^2 - 5x + 4 = -2x + 4 & | -4 \\ x^2 - 5x = -2x & | +2x \\ x^2 - 3x = 0 & \text{(Ausklammern)} \\ x(x-3) = 0 & \text{(Satz vom Nullprodukt)} \\ x = 0, x - 3 = 0 & | +3 \\ x = 0, x = 3 & \text{Lösungen: } x_1 = 0, x_2 = 3 \end{array}$$

III. Die y -Koordinaten der Schnittpunkte lässt sich durch Einsetzen des jeweils gefundenen x -Werts $x_1 = 0, x_2 = 3$ etwa in den Funktionsterm $g(x)$ der Geraden ermitteln:

$$\begin{array}{l} x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = g(0) = -2 \cdot 0 + 4 = 4 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P(0|4) \\ x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = g(3) = -2 \cdot 3 + 4 = -2 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } Q(3|-2) \end{array}$$

Die gesuchten Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade lauten damit: $P(0|4), Q(3|-2)$.

