

# Mathematikaufgaben

## > Funktionen

## > Schnittpunkte

**Aufgabe:** Berechne die Schnittpunkte zwischen der Parabel  $f(x) = -0,5x^2 + 5$  und der Geraden  $g(x) = x + 1$ .

**Lösung:** I. Allgemein gilt: Die Schnittpunktberechnung geschieht über das Gleichsetzen der Funktionen:  $f(x) = g(x)$  (\*) und das Auflösen der Gleichung (\*) nach der Variablen  $x$ . Sind  $x_1, \dots$  somit die Lösungen der Gleichung (\*), so ist durch Einsetzen des  $x$ -Wertes  $x_1, \dots$  in einen (den leichter errechenbaren) Funktionsterm  $f(x)$  oder  $g(x)$  der  $y$ -Wert  $f(x_1) = g(x_1) = y_1, \dots$  des Schnittpunkts zu ermitteln, so dass sich als Schnittpunkt  $P_1(x_1|y_1), \dots$  ergibt.

II. Wir berechnen durch Gleichungsumformung die  $x$ -Koordinaten der zu suchenden Schnittpunkte:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ -0,5x^2 + 5 &= x + 1 && | \cdot (-2) \\ x^2 - 10 &= -2x - 2 && | +2x \\ x^2 + 2x - 10 &= -2 && | +2 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0 && \text{(abc-Formel: } a = 1, b = 2, c = -8) \end{aligned}$$
$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}$$
$$x_1 = \frac{-2 - 6}{2} = \frac{-8}{2} = -4, \quad x_2 = \frac{-2 + 6}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{Lösungen: } x_1 = -4, x_2 = 2$$

III. Die  $y$ -Koordinaten der Schnittpunkte lässt sich durch Einsetzen des jeweils gefundenen  $x$ -Werts  $x_1 = -4, x_2 = 2$  etwa in den Funktionsterm  $g(x)$  der Geraden ermitteln:

$$x_1 = -4 \Rightarrow y_1 = g(-4) = -4 + 1 = -3 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P(-4|-3)$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = g(2) = 2 + 1 = 3 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } Q(2|3)$$

Die gesuchten Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade lauten damit:  $P(-4|-3), Q(2|3)$ .

