

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Schnittpunkte

Aufgabe: Wo schneiden sich die Parabel $f(x) = 2x^2 + x - 5$ und die Gerade $g(x) = -2x$?

Lösung: I. Allgemein gilt: Die Schnittpunktberechnung geschieht über das Gleichsetzen der Funktionen: $f(x) = g(x)$ (*) und das Auflösen der Gleichung (*) nach der Variablen x . Sind x_1, \dots somit die Lösungen der Gleichung (*), so ist durch Einsetzen des x -Wertes x_1, \dots in einen (den leichter errechenbaren) Funktionsterm $f(x)$ oder $g(x)$ der y -Wert $f(x_1) = g(x_1) = y_1, \dots$ des Schnittpunkts zu ermitteln, so dass sich als Schnittpunkt $P_1(x_1|y_1), \dots$ ergibt.

II. Wir berechnen durch Gleichungsumformung die x -Koordinaten der zu suchenden Schnittpunkte:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 2x^2 + x - 5 &= -2x && | +2x \\ 2x^2 + 3x - 5 &= 0 && \text{(abc-Formel: } a = 2, b = 3, c = -5) \end{aligned}$$
$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-3 \pm 7}{4}$$
$$x_1 = \frac{-3 - 7}{4} = \frac{-10}{4} = -2,5, \quad x_2 = \frac{-3 + 7}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{Lösungen: } x_1 = -2,5, x_2 = 1$$

III. Die y -Koordinaten der Schnittpunkte lässt sich durch Einsetzen des jeweils gefundenen x -Werts $x_1 = -2,5, x_2 = 1$ etwa in den Funktionsterm $g(x)$ der Geraden ermitteln:

$$x_1 = -2,5 \Rightarrow y_1 = g(-2,5) = -2 \cdot (-2,5) = 5 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P(-2,5|5)$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = g(1) = -2 \cdot 1 = -2 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } Q(1|-2)$$

Die gesuchten Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade lauten damit: $P(-2,5|5), Q(1|-2)$.

