

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Schnittpunkte

Aufgabe: Berechne die Schnittpunkte zwischen den quadratischen Funktionen $f(x) = 0,5x^2 - 8$ und $g(x) = -x^2 - 2$.

Lösung: I. Allgemein gilt: Die Schnittpunktberechnung geschieht über das Gleichsetzen der Funktionen: $f(x) = g(x)$ (*) und das Auflösen der Gleichung (*) nach der Variablen x . Sind x_1, \dots somit die Lösungen der Gleichung (*), so ist durch Einsetzen des x -Wertes x_1, \dots in einen (den leichter erreichbaren) Funktionsterm $f(x)$ oder $g(x)$ der y -Wert $f(x_1) = g(x_1) = y_1, \dots$ des Schnittpunkts zu ermitteln, so dass sich als Schnittpunkt $P_1(x_1|y_1), \dots$ ergibt.

II. Wir berechnen durch Gleichungsumformung die x -Koordinaten der zu suchenden Schnittpunkte:

$$\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ 0,5x^2 - 8 = -x^2 - 2 \\ 1,5x^2 - 8 = -2 \\ 1,5x^2 = 6 \\ x^2 = 4 \\ x = \pm 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} | +x^2 \\ | +8 \\ | :1,5 \\ | \sqrt{\quad} \\ \text{Lösungen: } x_1 = -2, x_2 = 2 \end{array}$$

III. Die y -Koordinaten der Schnittpunkte lässt sich durch Einsetzen des jeweils gefundenen x -Werts $x_1 = -2, x_2 = 2$ etwa in den Funktionsterm der Parabel $f(x)$ ermitteln:

$$x_1 = -2 \Rightarrow y_1 = f(-2) = 0,5 \cdot (-2)^2 - 8 = -6 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P(-2|-6)$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = f(2) = 0,5 \cdot 2^2 - 8 = -6 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } Q(2|-6)$$

Die gesuchten Schnittpunkte zwischen den Parabeln lauten damit: $P(-2|-6), Q(2|-6)$.

